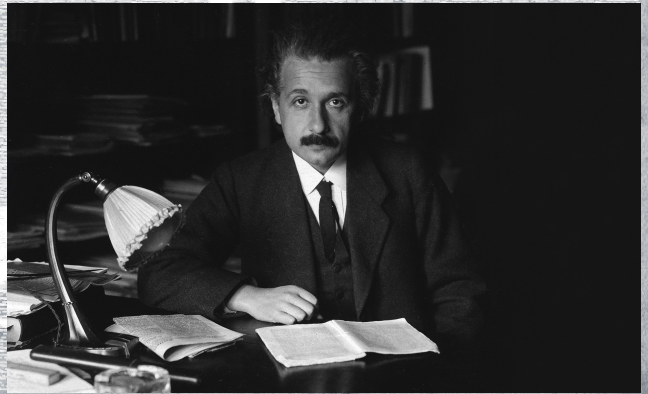


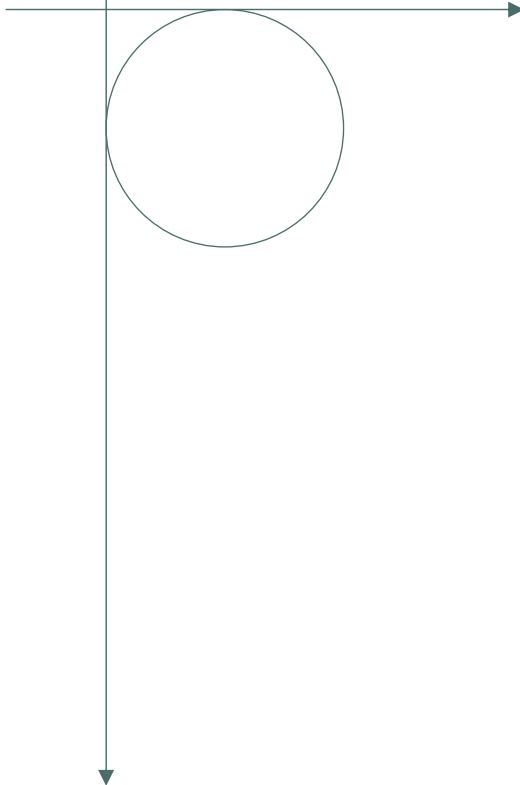
Gil Cleber

A Teoria da Relatividade



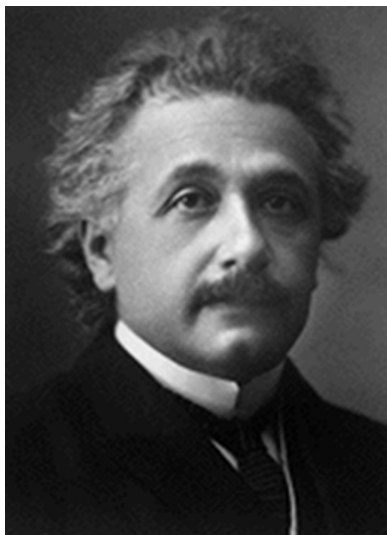
de Albert Einstein

A Teoria da Relatividade de Einstein



▲ Gil Cleber ▲

A Teoria da Relatividade
de
EINSTEIN



Arte final e capa: Gil Cleber
Ilustração da capa: fotografia de Einstein colhida na Internet, com aplicação de efeitos digitais.

N o t a i m p o r t a n t e :

Sendo o autor contra a maioria das mudanças introduzidas pelo atual acordo ortográfico, mantém o texto de suas obras segundo o Formulário Ortográfico de 12 de agosto de 1943 com as alterações aprovadas pela lei nº 5.765 de 18 de dezembro de 1971.

Edição 2026

Introduz correções, atualizações e acréscimos. Outras versões acaso encontradas na Internet estão, portanto, desatualizadas.

Contato e site do autor:

gilccarvalho959@gmail.com
www.gilcleber.com.br

Sumário

INTRODUÇÃO	13
I: A COMPREENSÃO DO MUNDO ANTES DA RELATIVIDADE... ..	15
GALILEU	16
Corpos em queda livre e o conceito de inércia	17
Princípio da relatividade.....	19
Sistemas de referência inerciais	20
Nicole de Oresme e Giordano Bruno.....	22
O teorema da adição das velocidades	23
NEWTON	23
Como o tempo e o espaço eram compreendidos.....	24
As três leis do movimento, de Newton.....	25
A gravitação universal.....	26
O conceito de massa.....	27
A NATUREZA DA LUZ. O ÉTER LUMINÍFERO.....	28
Ondas ou partículas?.....	28
A aberração da luz.....	30
Maxwell e o eletromagnetismo	32
...De volta ao princípio da relatividade de Galileu.....	35
A contradição dos experimentos	36
Os experimentos de Arago.....	36
A teoria ondulatória de Fresnel.....	37
O experimento de Fizeau.....	38
O experimento de Michelson & Morley	39
Como salvar o éter – revisitando as três possibilidades.....	43
II: A RELATIVIDADE ESPECIAL.....	47
UMA PERGUNTA FEITA AOS 16 ANOS.....	47
OS POSTULADOS	48
A incompatibilidade entre os postulados	50
DECORRÊNCIAS.....	52
Efeito sobre o tempo	52
A questão da simultaneidade	52
A dilatação do tempo	53
O paradoxo dos gêmeos.....	55
Uma viagem no espaço-tempo	57
Contração do comprimento (I)	58
Contração do comprimento (II)	61
Aumento de massa	64
Massa x Energia.....	66
A questão do corpo rígido	69
O efeito Doppler relativístico.....	70
O ESPAÇO-TEMPO QUADRIDIMENSIONAL DE MINKOWSKI.....	71

III: A RELATIVIDADE GERAL.....	75
BERNHARD RIEMANN E A GEOMETRIA EUCLIDIANA.....	76
O PENSAMENTO MAIS FELIZ DE EINSTEIN	80
CONSEQUÊNCIAS DO PRINCÍPIO DA EQUIVALÊNCIA	84
<i>A curvatura de um raio de luz.....</i>	84
<i>Revisitando o efeito Doppler</i>	85
O DISCO GIRATÓRIO	87
<i>Curvatura do espaço-tempo</i>	87
RELATIVIDADE GERAL	89
<i>A resolução do conflito?</i>	91
<i>E o tempo?</i>	92
A dilatação gravitacional do tempo.....	92
TEMPO UNIVERSAL.....	93
O PRINCÍPIO DE MACH	94
 IV: VERIFICAÇÃO DA RELATIVIDADE GERAL	 99
ESTARÁ CORRETA A RELATIVIDADE GERAL?	99
<i>Comprovação da teoria (I)</i>	100
A precessão do periélio do planeta Mercúrio.....	100
A curvatura da luz.....	102
<i>Comprovação da teoria (II).....</i>	105
O desvio para o vermelho.....	105
O quarto teste — O atraso temporal da luz	106
<i>Consequências</i>	108
Expansão do universo	108
Os buracos negros	109
<i>Comprovação da teoria (III)</i>	113
O anel de luz	113
A dilatação gravitacional do tempo	115
As grandes distâncias e a gravidade intensa	116
Detecção das ondas gravitacionais	117
CONCLUSÃO	121
 APÊNDICES	 123
1. EINSTEIN EM 1905	123
2. A RELATIVIDADE ESPECIAL ANTES DE 1905	128
Lorentz	131
Poincaré	132
<i>Quem, enfim, criou a relatividade especial?.....</i>	134
3. CONTESTANDO A RELATIVIDADE (?)	139
4. COMPLEMENTO MATEMÁTICO	142
<i>As equações do movimento.....</i>	142
<i>As transformações de Galileu. Referenciais em movimento relativo.....</i>	142
<i>Soma de velocidades.....</i>	145
<i>Sobre a aberração da luz</i>	146
O experimento de Fizeau	148
O experimento de Michelson & Morley	150
O Efeito Sagnac.....	154
Dedução das Transformações de Lorentz	157

Parte 1.....	157
Parte 2.....	164
Conseqüências das transformações de Lorentz.....	165
Relatividade da simultaneidade:	165
Contração de Lorentz:	166
Dilatação do tempo:	166
A equação de onda eletromagnética e as Transformações de Galileu	167
Teorema relativístico da soma das velocidades.....	170
Parte 1.....	170
Parte 2 — O experimento de Fizeau	171
Parte 3.....	173
Velocidades significativas em relação a c	174
Calculando a distância entre as lâmpadas	175
A luz em referenciais em movimento relativo	176
O relógio de luz	177
O paradoxo dos gêmeos	178
O exemplo dos gêmeos igualmente acelerados	180
O experimento dos relógios de césio	182
O míssil mais veloz que a luz	183
A viagem do múon	187
A contração de Lorentz	188
Parte 1.....	188
Parte 2.....	189
Parte 3.....	190
Massa relativística	192
A equação mais famosa da física.....	194
Diagrama de Minkowski.....	196
O problema da simultaneidade.....	198
A contração de Lorentz	200
A dilatação do tempo	200
Efeito Doppler das ondas sonoras.....	201
Equivalência entre as massas inercial e gravitacional	204
CRONOLOGIA.....	205

CONSULTAS E OUTRAS LEITURAS.....209

Créditos das ilustrações:	216
---------------------------------	-----

O primeiro ensaio de Einstein sobre a relatividade especial, publicado em 1905, é de estrutura axiomática; toda a teoria está construída sobre princípios novos. Foi escrito de modo tão perfeito, que tudo que restou fazer dali em diante foi estudar as maiores conseqüências dos postulados de Einstein. Nem sequer uma palavra do artigo precisa ser modificada à luz dos desenvolvimentos posteriores.

Abrahan Pais
Einstein viveu aqui

A teoria [da relatividade geral] me pareceu então, e continua sendo, a maior façanha do pensamento humano sobre a natureza, a combinação mais surpreendente de penetração filosófica, intuição física e habilidade matemática. Ela me atraiu como uma grande obra de arte.

Max Born

Introdução

No começo do século XX duas teorias surgiram para alterar radicalmente a visão física do mundo: uma foi a Mecânica Quântica, cujo artigo seminal — de autoria de Max Planck — foi publicado no ano de 1900, tendo seu desenvolvimento teórico ocorrido ao longo das décadas seguintes pelas mãos de vários físicos de grande renome; a outra foi a Teoria da Relatividade, de Albert Einstein.

Envolvendo idéias sutis, a Teoria da Relatividade tornou-se famosa, mas não estava ao alcance do domínio popular, fazendo parte de sua história um curioso episódio — talvez uma lenda: em 1916 alguém teria perguntado a Sir Arthur Eddington se era verdade que apenas três pessoas no mundo compreendiam a relatividade geral, tendo Sir Eddington, após um momento de reflexão, respondido: “Quem é a terceira pessoa?”.

As pessoas leigas ouvem falar dessa importante teoria sem, contudo, conhecer a mudança da visão do mundo por ela introduzida. A leitura de livros de divulgação científica na área da Física antepõe ao leitor muitas dificuldades que, no fim, proporcionará uma idéia bastante vaga dos conceitos aduzidos, já que a abordagem feita pelos mais diversos autores nem sempre é suficientemente clara — e isto não só porque deve ser naturalmente difícil expor as idéias da ciência em linguagem popular, como também porque não é tão simples fazê-lo de forma didática.

Existem então duas alternativas para o interessado no assunto: tornar-se físico e estudar a teoria profundamente ou, o que está mais ao alcance de todos, ler e fazer anotações.

Optei por essa segunda alternativa: li muitos livros e artigos científicos e redigi estas notas (freqüentemente revisadas e aumentadas), pois escrever ajuda a fixar as idéias. Assim fazendo consegui duas coisas: primeiro, obter uma compreensão melhor da teoria; e segundo, elaborar um resumo do que li tornando mais fácil entender as grandes transformações introduzidas por Einstein na concepção dos fenômenos físicos pertinentes.

Inicialmente, é preciso prestar atenção nos seguintes itens:

- Tempo
- Espaço
- Luz
- Éter Luminífero
- Massa e matéria
- Energia e radiação
- Gravidade

Estes são os temas para os quais, em conjunto, existem o **antes** e o **depois**

da teoria da relatividade — seja a relatividade especial, publicada em 1905, seja a relatividade geral, de 1916.

O texto foi dividido em 4 partes: **a primeira** traça um panorama — ainda que breve — da Física *antes* da relatividade, tratando dos temas acima referidos; **a segunda** fala da relatividade especial, de 1905; **a terceira**, da relatividade geral, concluída em 1915 e publicada no ano seguinte; e **a quarta**, finalmente, trata da verificação da relatividade geral pelos experimentos científicos.

Finalizo com quatro apêndices:

- no primeiro transcrevo em resumo um conjunto de informações relevantes sobre a produção científica de Einstein em 1905;

- no segundo discuto os antecedentes da relatividade restrita e procuro argumentar mostrando, contrariamente ao que afirmam alguns historiadores, que foi Einstein o autor único dessa teoria, ainda que diversas idéias que dela emergem já fossem conhecidas antes de 1905;

- o terceiro aborda brevemente as tentativas de diversos opositores para contestar a relatividade, centrando na figura do físico e filósofo da ciência Herbert Dingle;

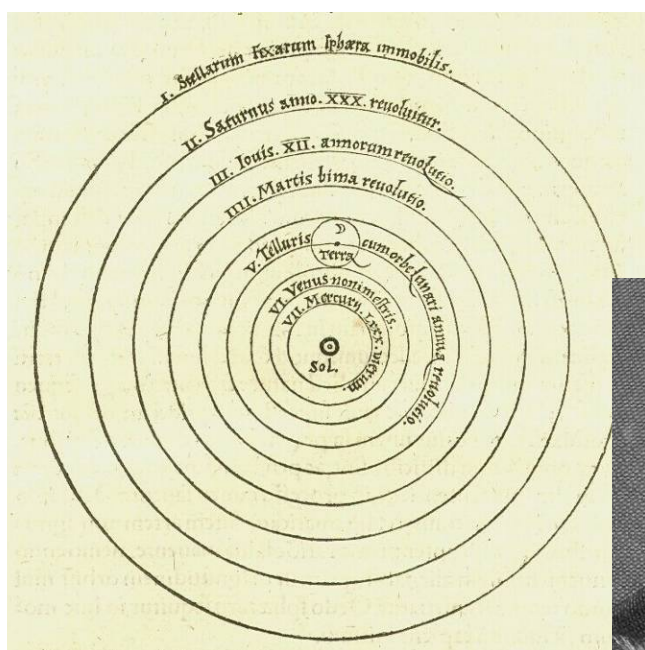
- finalmente, dedico o quarto a um necessário **complemento matemático**. Deixando de registrar as equações da relatividade geral — por não dominar a Matemática nesse nível —, destaco que a maioria das expressões aduzidas são de nível elementar, mas terão interesse apenas para o leitor afeiçoado a essa disciplina, não sendo portanto estritamente necessárias para a compreensão das idéias contidas na teoria, de forma que esse apêndice pode ser declinado. Aqueles, contudo, que possuem algum conhecimento de matemática encontrarão ali um acréscimo bastante rico em informações. As chamadas para o complemento matemático aparecem em notas de rodapé nos pontos pertinentes do texto principal.

Acrescentei ainda diversas notas que, por serem mais extensas, foram postas no fim do livro. Tais notas trazem informações valiosas, contudo não é necessário, de início, preocupar-se com elas: o leitor poderá recorrer ao seu conteúdo numa segunda leitura — a meu ver necessária — para aprender um pouco mais. Por fim, creio que acompanhando-se todo o teor com atenção, ainda que em alguns momentos se exija uma certa capacidade de abstração, não se encontrará grande dificuldade em entender melhor essa fascinante teoria científica.

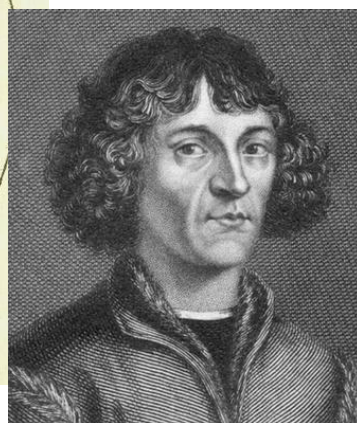
Finalizando, todos os conceitos, exemplos e dados históricos que aparecem ao longo do livro foram extraídos a partir do confronto de diversas fontes (q.v. *Consultas e outras leituras*) após extensa e cuidadosa pesquisa, de maneira a reduzir ao máximo a ocorrência de erros. Serão, contudo, bem-vindos comentários e críticas que visem melhorar o texto ora apresentado.

I: A compreensão do mundo antes da relatividade...

Desde a antigüidade, compreender o mundo é preocupação do homem, e a maneira de fazê-lo está ligada à sua necessidade, em cada época, de explicar os fenômenos observados. Os sumérios (3000 a. C.) acreditavam que a Terra era chata como um disco (de forma que se alguém se aventurasse até suas bordas corria o risco de “cair no abismo”), e os astros nadavam de volta todos os dias do oeste para o leste, por baixo desse disco, através de um grande rio. Provavelmente essa explicação satisfazia às necessidades dos sumérios; os gregos, porém, afirmavam que a Terra era esférica e permanecia imóvel no centro do cosmo; ao seu redor, em esferas cristalinas, giravam a Lua, o Sol, os planetas, as estrelas fixas e, além destas, ficava o Empíreo, a morada dos deuses.



O sistema de Copérnico



Essa visão do mundo — descrita inicialmente por Eudócio de Cnido (408-355 a. C.), adotada com modificações por Aristóteles (384-322 a. C.) e posteriormente, com novas modificações por Ptolomeu (século II d. C.) — prevaleceu por séculos, sendo suficiente para explicar a maioria dos fenômenos celestes, até

que, no século XVI, Nicolau Copérnico (1473-1543) desenvolveu um modelo em que o Sol se encontrava no centro do Universo, com os demais corpos celestes girando ao seu redor em círculos perfeitos. Johannes Kepler (1571-1630) avançou, ao estabelecer que as órbitas dos planetas não eram círculos perfeitos, mas elipses, e ao descrever com precisão como se dava esse movimento por meio de leis que ficaram conhecidas como as *três leis de Kepler*.

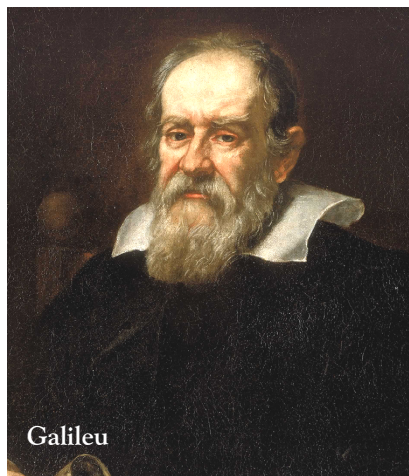
Podem-se citar, no entanto, dois nomes em épocas diferentes que contradiziam o ponto de vista estabelecido: na antigüidade, Aristarco de Samos (310-230 a. C.), para quem a Terra girava em torno do Sol; e no século XVI, Giordano Bruno (1548-1600), que dizia ser o Sol uma estrela similar às outras, e que não estava no centro do cosmo.

Percebe-se, com este resumo, que os avanços na compreensão do mundo ocorrem, em muitos casos, não só por meio de descobertas de grande magnitude (como as de Copérnico e de Kepler), mas também adotando-se uma opinião diversa da aceita pela maioria (Aristarco e Bruno).

Não foi diferente, como veremos, com a teoria da relatividade — a qual, contudo, consistiu tanto numa descoberta de grande magnitude, como também se deveu à adoção, por Albert Einstein, de um ponto de vista radicalmente diferente do adotado pela maioria dos pensadores de sua época!

No entanto, para abordar conceitos que de imediato nos interessam para entendê-la sem prejuízo da clareza, não é necessário fazer um longo passeio pela história da Astronomia e da Física (que não deixa de ser um lindo passeio): basta nos atermos a alguns nomes — inicialmente os de Galileu Galilei (1564-1642) e Isaac Newton (1642-1727) — e suas realizações.

GALILEU



Conforme o pensamento do filósofo grego Aristóteles, todas as coisas possuem um lugar natural no mundo, lugar que procuram ocupar conforme sua constituição. Assim, a fumaça — que seria constituída essencialmente do elemento “ar” — sobe, enquanto um pedaço de rocha cai na direção da Terra, pois sendo constituído essencialmente pelo elemento “terra” encontra aí o seu lugar natural. Essa linha de pensamento leva à conclusão de que um grande pedregulho cai mais rapidamente do que um pequeno, pois quanto mais matéria possui, maior a tendência de assumir sua posição natural no mundo.

Ainda conforme o pensamento de Aristóteles, o movimento de um corpo seria o resultado da aplicação permanente de uma força sobre ele: por exemplo, uma bola se movimenta porque a impulsionamos, e continua a movimentar-se porque uma força persiste agindo sobre ela.

Tais pontos de vista prevaleceriam por quase dois mil anos.

Coube a Galileu Galilei, no século XVI, mudar esse entendimento ao abordar matematicamente — e pela primeira vez na história — tais questões. Através de suas experiências com planos inclinados, nos quais fazia rolar esferas de tamanhos e pesos diversos, demonstrou que dois corpos de massas diferentes em queda livre (p. ex., uma bigorna e uma pluma), desprezando-se a resistência do ar (que influencia principalmente a queda da pluma) cairiam com a mesma aceleração, chegando ao chão ao mesmo tempo.

Com efeito, em experimentos modernos extraiu-se todo o ar de um recipiente produzindo-se em seguida a queda de uma pena e de um objeto metálico mais pesado. Constatou-se que ambos caíam com igual aceleração.

Galileu introduziu também o conceito de inércia, com o qual contradiz o segundo argumento aristotélico, acima referido.

São essas noções — a idéia acerca de queda livre dos corpos, o conceito de inércia e, por extensão, o seu princípio da relatividade — que nos interessam essencialmente para a compreensão que buscamos acerca da teoria de Einstein.

Corpos em queda livre e o conceito de inércia

O movimento dos corpos, na antigüidade, era um fenômeno mal compreendido,¹ e o conceito de inércia não fora enunciado antes de Galileu devido à crença de que o movimento, durante sua duração, implicava numa *vis motrix*, isto é, na permanência de uma ação sobre o corpo.

Foi um longo caminho até Galileu apresentar sua própria idéia de inércia e, entre outras coisas, estabelecer a divisão do movimento de um projétil em duas componentes, uma gravitacional, outra inercial (idéia esta na qual não teve antecessores).

Mas o que vem a ser *inércia*?

Imaginemos um bloco liso de metal, de arestas arredondadas, em repouso numa superfície igualmente lisa e escorregadia de gelo úmido. Esse bloco tende a permanecer em repouso, já que por si mesmo não poderá mover-se. Se, devido a uma ação (alguém que empurre o bloco), começar a deslizar em linha reta pela superfície, tenderá a manter indefinidamente esse movimento, pois também não poderá por si mesmo mudar de direção nem parar. Se colidir com algum obstáculo, o bloco irá parar ou terá a direção de seu movimento modificada; se não colidir, a experiência nos diz que deslizará durante certo tempo até voltar, pouco a pouco, ao estado de repouso. Vimos nessa descrição que o bloco, para mover-se, necessita da ação de uma força (o impulso dado por alguém), e para mudar sua direção ou parar, deverá sofrer a ação de outras forças: a colisão com um

obstáculo, no primeiro caso; a resistência do ar e o atrito com a superfície no segundo (lembramos que mesmo uma superfície lisa como a do gelo propicia atrito).

Este é, grosso modo, o conceito de inércia: a resistência de um corpo à alteração de seu estado de movimento. Um corpo que esteja em repouso tende a permanecer em repouso, e se estiver em movimento uniforme (isto é, sem acelerar nem mudar de direção) tenderá a manter-se assim, a menos que, em ambos os casos, sofra a ação de uma força. Vemos, com isso, que não há a necessidade de uma *vis motrix* para que, posto em movimento retilíneo e uniforme, o corpo mantenha esse movimento.

Vamos considerar agora o movimento de um projétil: como é que se imagina o movimento de um projétil?

Digamos uma pedra que caia sob a ação da gravidade: livre de outra influência e desprezando-se a resistência do ar, ela descreve uma trajetória vertical; mas lançada obliquamente para cima (fig. 1), descreverá uma trajetória curva.

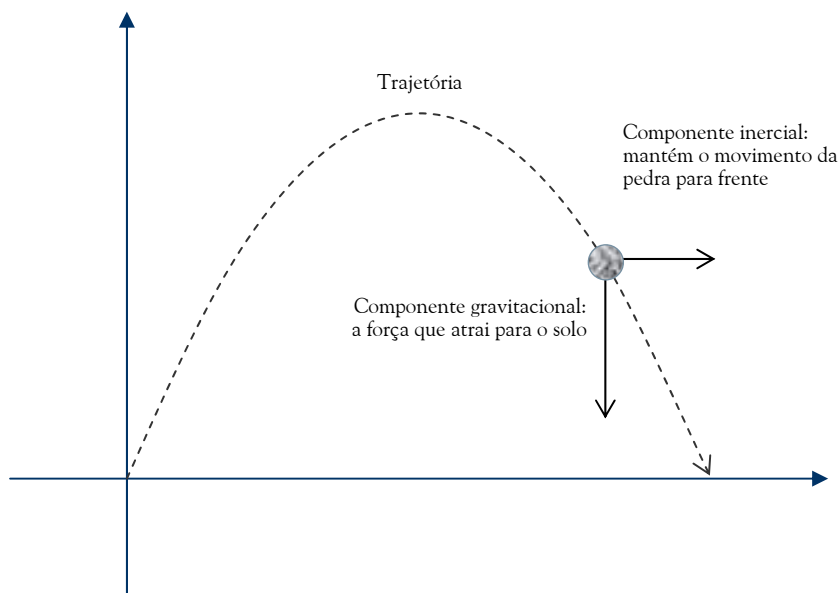


Fig. 1. Trajetória de um corpo

Essa trajetória curva — conhecida como **parábola**¹ — decorre do fato de o movimento constituir-se de duas componentes: uma se deve à **força da gravidade**, que leva a pedra a cair na vertical; a outra é a **inércia**, que tende a manter a pedra em seu movimento para frente. A componente gravitacional é acelerada,

¹ V. o apêndice matemático “As equações do movimento”.

mas a inercial não. Em outras palavras, nos movimentos de subida e descida, a pedra desacelera gradualmente até atingir o ponto mais alto e volta a acelerar até tocar o solo;² no movimento para frente, sua velocidade mantém-se constante.

Contudo, o conceito de inércia introduzido por Galileu não fazia referência ao movimento retilíneo, por considerar a trajetória do corpo ao longo da superfície terrestre, que é curva. Segundo ele, o movimento circular é perfeito, mas o movimento reto não é possível, considerando a linha reta imperfeita porque, se infinita, falta-lhe o início e o fim; se finita, pode ser prolongada em duas direções. Conforme suas próprias palavras: “(...) Sendo o movimento reto, por natureza, infinito, por ser infinita e indeterminada a linha reta, é impossível que móvel algum tenha por natureza o princípio de mover-se pela linha reta, isto é, para onde é impossível chegar, inexistindo um término predeterminado”.³

Coube a Newton, como veremos, retomar e estender o conceito ao movimento retilíneo.

Princípio da relatividade

Galileu imaginou e descreveu uma experiência na qual alguém desceria a um aposento espaçoso embaixo da cobertura de um grande navio, levando diversos insetos e um aquário com peixes; deveria também ali pendurar do teto uma garrafa cheia de água que se fosse esvaziando devagar, gota a gota.

Em seguida, diz:

“Observe o vôo dos insetos, o movimento dos peixes no aquário e o gotejar da garrafa estando o navio parado. Em seguida faça com que o navio se desloque com a velocidade que se queira (desde que o movimento seja uniforme e não flutuante [*isto é, sem mudar de direção nem acelerar*]), e novamente observe: nenhuma modificação será percebida, isto é, os insetos não ficarão agrupados na direção oposta ao movimento do navio mas continuarão voando normalmente, nem os peixes sentirão alguma dificuldade de nadar para frente e para trás, e os pingos da água continuarão a cair no mesmo lugar.”⁴

(Pode-se fazer a mesma experiência usando métodos modernos: um avião deslocando-se em grande altitude com velocidade constante e sem alterar a direção de seu vôo. Se corrermos as cortinas, de forma que não tenhamos nenhuma visão de fora [nuvens, que possam dar idéia de deslocamento], ter-se-á a impressão de que o avião está em repouso — saberemos que está em movimento devido ao conhecimento prévio que temos disso, mas fora esse co-

² Rigorosamente falando, o projétil ao subir acelera para baixo pela força da gravidade, razão pela qual perde velocidade, voltando a acelerar — ganhar velocidade em ritmo constante — ao cair.

³ Cit. em Pires, Antônio S. T. [2008].

⁴ Este trecho apresenta uma adaptação do texto de Galileu sobre essa experiência.

nhecimento não teremos nenhuma maneira de demonstrar que o avião está se movendo.)

Galileu quis mostrar que não é possível, simplesmente pela observação ou realização de experiências, afirmar que o navio está parado ou em movimento, ou seja, que o movimento uniforme e o estado de repouso são fisicamente indistinguíveis,⁵ vindo a estabelecer o que ficou conhecido como *o princípio da relatividade de Galileu*: “**Todos os sistemas de referência, em repouso ou em movimento uniforme entre si, são equivalentes para o enunciado das leis da Mecânica**”.ⁱⁱ

Sistemas de referência inerciais

São assim chamados *porque* neles valem as **leis da inércia**.

Define-se de maneira simplificada um **sistema inercial** como um “ambiente” que, relativamente à Terra, se encontra em repouso ou em movimento uniforme e no qual alguém, dito **observador**, verifica a ocorrência de um fenômeno qualquer que chamamos de **evento**. Assim são exemplos de sistemas inerciais (1) uma estação de trem, que está em repouso em relação à Terra, e (2) o trem que passa por essa estação em movimento uniforme numa via férrea perfeitamente reta. Os eventos podem ser observados e medidos, tanto no espaço quanto no tempo. Para localizar o evento no espaço utiliza-se, p. ex., uma trena, e para situá-lo no tempo, um relógio. Cumpre destacar que a localização de um evento no espaço requer três números que especifiquem as dimensões espaciais, isto é, largura, altura e comprimento.ⁱⁱⁱ

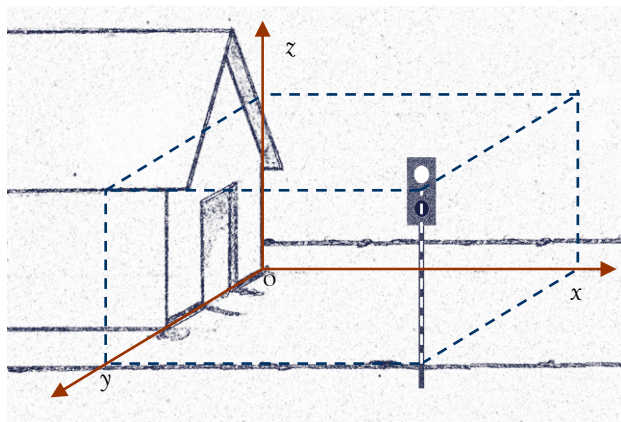


Fig. 2. Sistema de referência

⁵ Quando se diz que um corpo ou um sistema de referência está em repouso, deve-se ressaltar sempre que ele se encontra em repouso em relação a algum referencial específico, já que não há um estado de repouso absoluto (ou referencial absoluto) no Universo. Por comodidade, ao longo do livro usaremos a expressão “em repouso” referindo-nos a um sistema de referência S subentendendo-se que ele se encontra, portanto, em repouso relativamente à Terra (veja nota *iii* no fim do livro), e que um segundo sistema de referência S' encontra-se em movimento retilíneo e uniforme em relação a S .

Suponhamos a figura 2 a estação ferroviária acima mencionada. Representando ali um sistema de coordenadas cartesianas, e como origem do sistema o ponto O no vértice entre uma aresta exterior do prédio e o piso da plataforma, temos um eixo z para a altura, um eixo x para o comprimento e um eixo y para a profundidade (ou largura) do local. Em dado momento, o sinal luminoso muda de cor no complexo da estação liberando a via férrea, e um trem passa. A mudança de cor do sinal é um exemplo de evento localizado no tempo e no espaço. Pode-se, através do relógio da estação, determinar a hora da mudança do sinal e por meio de uma trena, tendo como referência o ponto O , estabelecer a posição da lâmpada tomando-se valores nos três eixos coordenados (conforme mostrado pelo paralelepípedo em linhas pontilhadas).

Um trem que se desloca em movimento uniforme pela via férrea (perfeitamente retilínea e paralela ao eixo x) e passa pela estação é, por sua vez, outro sistema de referência inercial, que também pode ser descrito por um sistema de eixos coordenados. Enquanto a estação é um sistema em repouso, o trem é um sistema em movimento: o trem se move em relação à estação (e ao leito da ferrovia), que estão em repouso em relação ao referencial terrestre.

Para generalizar sobre os sistemas inerciais, ditos de Galileu, vê-se na figura 3 um gráfico representando dois sistemas de referência, $S=Oxyz$ e $S'=O'x'y'z'$, em que coincidem os eixos x e x' . Podemos dizer, esquematicamente, que o sistema S está em repouso (estação/leito da estrada de ferro) enquanto S' está em movimento uniforme (trem).

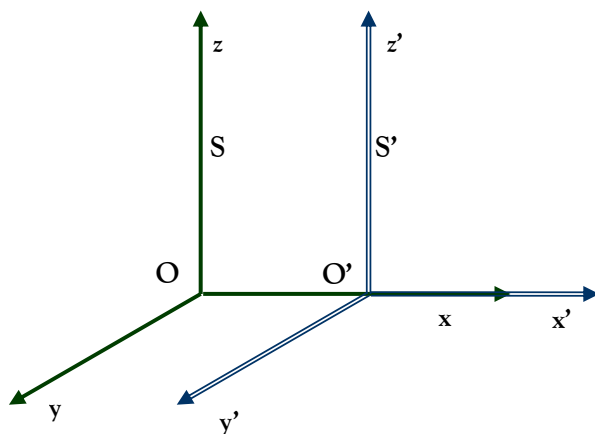


Fig. 3. Sistema de Galileu

Assim, o **princípio da relatividade de Galileu** diz que as leis da Mecânica serão verdadeiras tanto para um observador que esteja dentro do trem que se desloca em movimento uniforme, quanto para outro, que esteja parado na plataforma da estação; em outras palavras: “Todos os sistemas inerciais são equivalentes para as leis da Mecânica, não sendo possível distinguir através de qualquer experimento o estado de repouso do de movimento retilíneo uniforme”.⁶

Ex.: Um passageiro no trem observa a queda de um objeto e mede sua aceleração. Alguém que, em repouso na plataforma, deixe também um objeto cair, irá medir a mesma aceleração (que é de $9,81 \text{ m/s}^2$ nas proximidades da superfície terrestre). O observador no trem verá que o objeto cai na vertical, mas o observador na plataforma verá o mesmo objeto descrever uma curva parabólica!

Voltando ao exemplo dado por Galileu, compreendemos por que não será possível distinguir entre o navio em movimento uniforme e o navio imóvel no cais, e o mero exame do comportamento dinâmico dos corpos dentro dele será insuficiente para determinar-se qual seu estado de movimento.

Nicole de Oresme e Giordano Bruno

Quando se fala do princípio da relatividade não se podem omitir os nomes de Nicole de Oresme (1325-1382), que antecipou Galileu em quase dois séculos, e o de Giordano Bruno (1548-1600).



Não é possível saber até que ponto Galileu conhecia o trabalho de ambos, mas o fato é que tanto para Oresme como para Bruno somente o movimento relativo tinha significado.

Consta que o professor de Oresme, Jean Buridian, a fim de defender o conceito aristotélico da Terra imóvel, valeu-se do mesmo argumento de Aristóteles: uma flecha atirada para cima cairia num lugar diferente se a Terra se movimentasse.

Oresme, contudo, procurando demonstrar que nenhuma experiência permite provar que a Terra está em repouso, contra-argumentou: “Não se poderia provar por experiência alguma que o Céu se move com movimento diário e não a Terra. (...) Se um homem está em um navio chamado **A**, que se move muito suavemente, rápida ou lentamente, e se esse homem não vê outra coisa além de um navio chamado **B**, que seja movido de forma totalmente semelhante ao modo como [se move] **A**, eu digo que parecerá a esse homem que um e outro [navios] não se movem, e se **A** está em repouso e **B** é

⁶ V. o apêndice matemático “As transformações de Galileu. Referenciais em movimento relativo”.

movido, parece-lhe que **B** é movido; e se **A** é movido é **B** fica em repouso, parece-lhe, como antes, que **A** está em repouso e que **B** é movido. (...) Se um homem estivesse em um navio movido para o oriente muito rapidamente sem que ele percebesse esse movimento, e esticasse sua mão fazendo-a descer e descrever uma linha reta contra o mastro parecer-lhe-ia que sua mão se moveu com um movimento reto; e assim também, segundo essa opinião, parece-nos da seta que sobe ou desce reta”.

Quanto a Bruno, destaca-se este trecho de sua obra **Ceia dos Penitentes**: “Todas as coisas que estão na Terra movem-se com ela. (...) Como se verifica de um navio o qual, passando por um rio, se alguém que se encontra em sua margem lhe atirar diretamente uma pedra, errará sua mira, porquanto vale a velocidade da corrida. Mas se alguém colocado sobre o mastro do dito navio, que corra com a velocidade que se queira, [o fizer] sua mira não falhará, de modo que a pedra lançada irá diretamente do topo do mastro ao ponto que está na raiz do mastro. Assim se alguém que está dentro do navio atira diretamente para cima uma pedra, ela retornará para baixo pela mesma linha, mova-se o navio quanto se queira, desde que ele não se incline”.

Nem Oresme nem Bruno conseguiram convencer muitas pessoas de suas idéias. Apresentaram, no entanto, em suas exposições um conceito muito semelhante ao princípio da relatividade de Galileu.

O teorema da adição das velocidades

Dados dois corpos movimentando-se um em relação ao outro, o primeiro com velocidade v_1 e o segundo com velocidade v_2 , tal teorema afirma que a velocidade resultante é igual à soma $V = v_1 + v_2$.

Um trem viajando a uma velocidade de 100 metros por minuto ultrapassa outro trem que se move no mesmo sentido e direção a 80 m/min. O maquinista do segundo verá o primeiro passar por ele e adiantar-se à sua frente a **100 m/min – 80 m/min = 20 m/min**; se um passageiro faz rolar uma bola à velocidade de **60 m/min** ao longo de um vagão do primeiro trem, no sentido de seu movimento, alguém parado na plataforma verá essa bola mover-se a **100 m/min + 60 m/min = 160 m/min**.⁷

Este exemplo simples, válido para a Mecânica Clássica, aplicado à luz cria, como se verá adiante, uma séria dificuldade.

NEWTON

Gênio universal, diz-se que Newton criou a matemática de que precisava para formular suas teorias, que permaneceram válidas pelos séculos seguintes. Deve-se a ele o Cálculo (obtido independentemente também por Leibnitz), e sua

⁷ V. o apêndice matemático “Soma de velocidades”.

teoria da gravitação universal continua sendo utilizada para muitas aplicações, entre as quais as missões espaciais das últimas décadas.

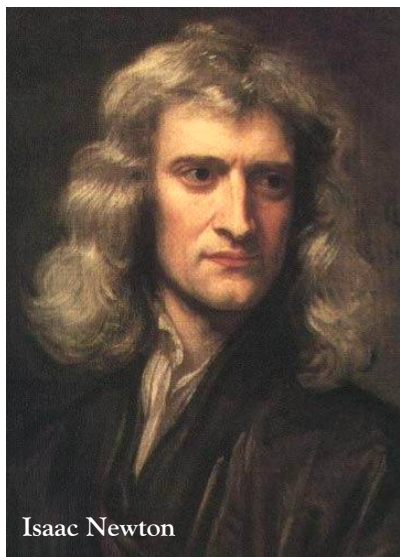
Suas idéias foram expostas na extensa e difícil obra intitulada **Princípios Matemáticos da Filosofia Natural**, de 1687, da qual, lenda ou não, alguém teria dito ao ver Newton passar na rua: “Ali vai o homem que escreveu um livro que ninguém consegue entender”.

Dele, porém, interessa-nos essencialmente:

- a. sua concepção acerca do espaço e do tempo
- b. as três leis do movimento
- c. a teoria da gravitação
- d. o princípio da equivalência.

Como o tempo e o espaço eram compreendidos.

“O tempo absoluto, verdadeiro e matemático, por si mesmo e por sua própria natureza flui sempre igual sem relação com nada externo (...); O espaço absoluto, em sua própria natureza, sem relação com nada de externo, permanece sempre similar e inamovível”.^{iv}



Isaac Newton

Desta maneira Newton descreveu o tempo e o espaço — contudo, o que significa **tempo e espaço absolutos**?

Significa que o tempo flui do passado para o futuro de maneira contínua e inalterável (isto é, que existe uma *flecha do tempo*, conforme nos sugere ainda hoje o senso comum), desde sempre e para sempre, sem sofrer nenhuma interferência externa: qualquer evento em qualquer ponto do universo terá seu tempo definitivamente estabelecido por um relógio (ou um calendário) único, tempo que será o mesmo para qualquer *observador*, em qualquer referencial. Todos que assistirem a esse evento concordarão entre si quanto ao momento em que ocorreu, de forma que se poderão determinar com exatidão eventos ocorridos **antes, ao mesmo tempo e depois** dele.

O espaço, por sua vez, tido como absoluto, existe como um palco no qual se dão os eventos, e para isso requer um ponto de referência universal e em repouso. Qualquer evento no espaço pode ser medido em relação a esse ponto, que serve como referencial a qualquer outro evento.⁸

⁸ (Abrem-se parêntesis para a seguinte observação: o espaço absoluto de Newton tinha a propriedade de agir sobre os corpos mas não era afetado pela matéria. Sobre isso, Einstein veio a comentar: “Está em conflito com a compreensão científica de alguém conceber uma coisa que age, mas sobre a qual nada pode agir”. De certa forma, esta noção de espaço absoluto contrariava a terceira lei de Newton.[q.v.])

Para os povos antigos a Terra era absolutamente imóvel e ocupava o centro do mundo, sendo assim um referencial absoluto: um corpo estaria em movimento ou em repouso tendo a Terra como referência (p. ex., o Sol, que se movia ao redor dela). À época de Newton já não se considerava a Terra imóvel, tampouco o centro do mundo.

Para o espaço como um todo, Newton identificou como referencial absoluto o centro do sistema solar. Outros físicos viriam a identificar esse referencial com as “estrelas fixas”, que, como devemos ter em mente, àquela época (e mesmo muito tempo depois), eram consideradas imóveis (fixas) no espaço.^v

Assim se conclui que o **tempo** e o **espaço** constituíam uma espécie de “pano de fundo” para os acontecimentos. O tempo era tido como infinito, isto é, existia desde sempre e existiria para sempre, podendo ser descrito de forma figurada como uma linha que se prolongava indefinidamente em ambas as direções (passado/futuro), sem qualquer relação com o espaço. O Universo, porém, parecia ter sido criado há apenas alguns milhares de anos, o que enfatizava o ponto de vista de que tempo e espaço seriam independentes um do outro.

As três leis do movimento, de Newton.

Assimilar estes conceitos é importante para que o leitor tenha melhor compreensão do movimento dos corpos e, posteriormente, da relatividade. As definições são formuladas de maneira simples e os exemplos complementam o entendimento.

- 1ª — Lei da inércia: todo corpo tende a manter-se em repouso ou em movimento uniforme em linha reta, a menos que seja influenciado por uma força.

Vemos, portanto, que em sua descrição, Newton introduz o movimento retilíneo, sem se preocupar com o problema da linha reta infinita.^{vi}

Retomemos o exemplo do bloco de metal, transportando-o agora para o vazio do espaço sideral, onde deverá estar livre da resistência do ar, da ação de qualquer atrito e sem nenhum obstáculo em seu caminho: uma vez impulsionado, o bloco tenderá a mover-se indefinidamente e com velocidade constante para frente.

- 2ª — Princípio fundamental: a alteração do estado de movimento de um objeto é proporcional à força aplicada, e ocorre na direção em que essa força atua.^{vii}

A partir do exemplo dado, aplica-se ao bloco em repouso uma força, e o movimento ocorrerá na direção em que a força foi aplicada. A força será determinada pelo produto **massa do bloco vezes aceleração decorrente do impulso**, e quanto maior, mais aceleração o bloco adquire.

- 3ª — Lei da ação e reação: para uma força aplicada, outra força igual e oposta sempre aparecerá.

Se alguém empurra uma parede, esta empurra a pessoa com força igual e oposta.

Atenção:

- As duas primeiras leis decorrem do conceito de inércia, a resistência de um corpo à alteração de seu estado de movimento, donde se diz que a bola na plataforma tem menos inércia do que um trem parado no leito da via férrea: é mais fácil mover a bola do que o trem.
- Como sobre a Terra todos os corpos caem com a mesma aceleração, conclui-se da segunda lei que quanto mais massa um corpo tiver, maior a força necessária para acelerá-lo. Assim, um objeto com massa igual a 100 kg precisará, para que a aceleração a seja constante, de duas vezes mais força atuando sobre ele do que outro objeto de 50 kg (isto significa que o objeto de maior massa cai com a mesma velocidade e a mesma aceleração que o de menor massa, explicando assim aquilo que Galileu havia observado sobre os corpos em queda livre).

A gravitação universal

A terceira lei de Newton diz que “para uma força aplicada, surge outra força igual e oposta”. Assim, à força exercida por uma massa M sobre outra massa m , uma força de igual intensidade e direção contrária será exercida por m sobre M (uma maneira “técnica” de dizer aquilo que foi dito acima sobre a parede que é empurrada).

Ex.: A Terra atrai a Lua, e a Lua atrai a Terra com a mesma intensidade.

A gravitação, conforme foi formulada por Newton, é uma força de atração entre dois corpos (*Terra/Lua, Terra/Sol*) que age de acordo com esta lei, sendo diretamente proporcional às suas massas (*quanto mais massa, mais força de atração entre eles*) e inversamente proporcional ao quadrado de suas distâncias (*se a distância entre ambos fosse aumentada três vezes, a força gravitacional entre ambos diminuiria nove vezes*).^{viii}

A gravitação na física newtoniana é, portanto, uma força universal que age imediatamente através de vastas distâncias no espaço, sendo este um aspecto incômodo da teoria, pois até mesmo para Newton não fazia muito sentido imaginar uma força com tal propriedade, conforme suas próprias palavras:

“É inconcebível que a matéria bruta inanimada possa, sem a mediação de algo mais que não seja material, afetar outra matéria e agir sobre ela sem contato mútuo. Que a gravidade seja algo inato, inerente e essencial à matéria, de tal maneira que um corpo possa agir sobre outro a distância através do vácuo e sem a

mediação de qualquer outra coisa que possa transmitir sua força, é, para mim, um absurdo tão grande que não creio que possa existir um homem capaz de pensar com competência em matérias filosóficas e nele incorrer. A gravidade tem de ser causada por um agente que opera constantemente, de acordo com certas leis; mas se tal agente é material ou imaterial é algo que deixo à consideração dos meus leitores”.^{ix}

O conceito de massa

Na física newtoniana distinguem-se dois tipos de massa: a massa inercial e a massa gravitacional dos corpos.

O termo “massa” encontrado na segunda lei de Newton refere-se à massa inercial, ou seja, à medida da resistência de um corpo à alteração de seu estado de movimento.

Por exemplo, ao empurrar um bloco que esteja em repouso sobre uma superfície sem atrito, sente-se uma resistência produzida pela massa inercial, que nada tem a ver com a gravidade; a mesma resistência será observada se empurrarmos o bloco no espaço, longe da gravidade terrestre.

Já a massa gravitacional é a medida de quanta gravidade há num corpo, ou seja, ela mede a atração gravitacional de um corpo sobre outro.

Se tentarmos sustentar esse mesmo bloco a certa altura do chão teremos de empregar alguma força, pois do contrário ele cai com aceleração $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, que é a aceleração gravitacional nas proximidades da superfície terrestre. Neste caso, a massa responsável pelo esforço feito para mantê-lo suspenso é a massa gravitacional.

Não há uma razão clara para que esses valores sejam iguais, mas o fato é que são. Newton realizou experiências com precisão de uma parte em mil para verificar se havia alguma diferença entre eles, não observando — com ressalva para as incertezas experimentais — nenhuma diferença.

A equivalência das massas inercial e gravitacional também foi demonstrada pelo Barão húngaro Von Roland Eötvös, em 1909. Utilizando uma balança de torção, Eötvös obteve uma precisão de uma parte em um bilhão, e estudos mais recentes por Robert H. Dicke (em 1964) e Vladimir Braginski (em 1972), com refinamentos que levavam em conta efeitos como a atração gravitacional do Sol e a força inercial associada à órbita da Terra ao redor do Sol, demonstraram que ambas as massas são iguais com precisão de uma parte em cem bilhões!

A equivalência entre massa inercial e massa gravitacional é conhecida como “princípio da equivalência fraco”. Um dos fundamentos da relatividade geral é a formulação feita por Einstein do “princípio da equivalência forte”, em que força gravitacional e aceleração são equivalentes — como veremos na terceira parte.^x

A NATUREZA DA LUZ. O ÉTER LUMINÍFERO⁹

Ondas ou partículas?

A partir de nossa perspectiva atual, quando aprendemos que a luz é apenas uma parte — a parte visível — do espectro eletromagnético, é com estranhamento que verificamos como a natureza da luz demorou para ser compreendida.¹⁰

Os esforços nesse sentido remontam à antigüidade, mas aproximadamente em meados do século XVIII dois modelos se sobressaíram: o modelo corpuscular (a luz formada de partículas) e o modelo ondulatório (a luz como onda).

Este segundo modelo implicou na necessidade de uma **substância** que explicasse a propagação das ondas de luz, substância essa que ficou conhecida como “éter luminífero”.

O conceito de **éter** surgiu na filosofia de Aristóteles, que o definiu como um quinto elemento (além dos quatro já conhecidos que compunham o mundo: o fogo, a água, a terra e o ar), que entrava na composição dos céus. Contudo, o éter de que lançaram mão os físicos desde o século XVII não tinha nada em comum com aquele postulado por Aristóteles: era descrito, de um modo geral, como uma substância que preencheria todo o espaço, inclusive o interior da matéria, e serviria como um meio para a propagação das ondas luminosas.¹¹

Para Descartes (1596-1650), p. ex., a luz era uma força que resultava da vibração das partículas componentes da matéria. Segundo ele, a luz se propagava a



uma velocidade altíssima através do meio transparente que permeava o espaço, mas mais lentamente através da água e mais lentamente ainda através do ar, pois meios mais rarefeitos transmitem as vibrações de maneira menos eficiente — acertando na primeira afirmação e errando na segunda. Descartes defendeu a existência de um meio inteiramente permeável (um *aether*, segundo suas próprias palavras), que não exerceria influência sobre

os corpos, não interagindo com eles e, conseqüentemente, não sendo arrastado pelos astros através de suas órbitas. Rejeitando a “ação a distância”, ou seja, a idéia de que sistemas físicos pudessem interagir entre si sem um contato interme-

⁹ Ao abordar este tema, convém destacar que muitos foram os que contribuíram com suas investigações para a compreensão final da natureza da luz e, por extensão, do eletromagnetismo. Foge ao nosso propósito falar minuciosamente de todos os nomes envolvidos e de suas contribuições, o que poderá ser encontrado em obras de maior alcance, de modo que se segue apenas uma breve referência do assunto.

¹⁰ Para um estudo mais minucioso de como se deu a compreensão da natureza da luz ao longo da História, v. Peduzzi, L. [IV, 2012].

¹¹ Veremos adiante que esse conceito de éter constituía, por si só, um sério problema a ser resolvido.

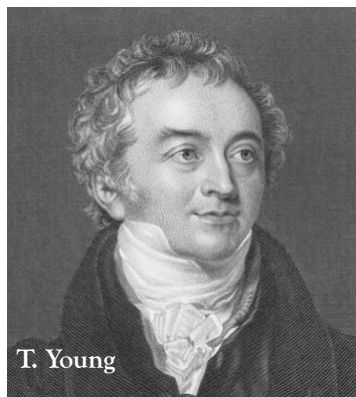
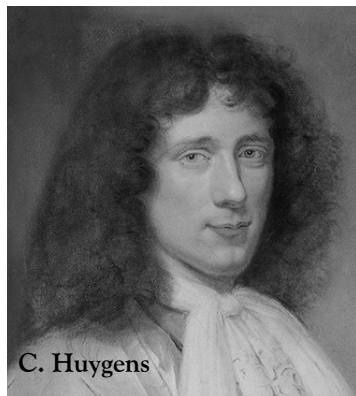
diário, Descartes sustentou que todo contato entre os sistemas físicos se dava por meio do éter, através do qual a luz e o calor se propagavam. O éter de Descartes também cumpria uma outra função, a de um referencial em repouso para o espaço absoluto — noção que se torna crucial para explicar o fenômeno da luz.

Em 1678 o cientista holandês Christian Huygens (1629-1695) propôs que a luz seria formada por uma série de ondas de choque que se empurravam através do éter a uma velocidade muito alta mas não infinita. Em sua abordagem concebeu a idéia de pequenas ondas de choque secundárias dando origem a outras e assim sucessivamente. Seu sistema sofreu críticas: Halley, por exemplo, face à afirmação de Huygens de que em meios mais densos a luz movia-se mais devagar, questionou de onde viria o “ímpeto” para que a luz recuperasse sua velocidade ao retornar a um meio menos denso.

Para Newton, no entanto, a luz era constituída por um fluxo de corpúsculos (ou partículas) cujo comportamento obedeceria às leis do movimento (conforme descrição feita à Royal Society em 1670, e também em sua obra *Óptica*).¹² Se a luz fosse constituída por ondas, como pretendia Huygens, requeria um meio para propagar-se, já que ondas consistem na perturbação de um meio, como o ar, através do qual se propaga o som, ou como a água, na qual se propagam as ondas aquáticas. Sendo constituída de partículas, esse meio tornava-se desnecessário.

Tratava-se, portanto, de duas visões opostas do fenômeno luminoso, originando-se a partir delas um debate que prevaleceria na segunda metade do século seguinte, mantendo-se até o começo do século XIX,^{xi} quando enfim Thomas Young (britânico, 1773-1829), questiona a teoria corpuscular: se a luz se deve a corpúsculos lançados de um corpo, por que viajam eles sempre à mesma velocidade, quer provenham de uma fraca fonte de luz (p. ex., uma centelha), quer dos intensos raios do Sol?

Em 1801 realizou Young um importante experimento: fazendo um raio de luz atravessar dois minúsculos orifícios de um anteparo, pôde observar que do outro lado surgia um padrão de faixas intercaladas de sombra e claridade que só podia explicar-se caso a luz fosse constituída por ondas — ou seja, partículas não



¹² Newton só publicou sua *Óptica* em 1704. Um dos motivos que o levaram a tardar a publicação dessa obra foi somente tê-la concluído após a morte de Robert Hooke (1702), pois Hooke tinha suas próprias idéias acerca das ondas luminosas, e Newton desejava evitar as longas e desagradáveis discussões que decerto ocorreriam caso o livro saísse antes.

produziriam tal resultado. É a partir de então que o modelo ondulatório pouco a pouco prevalece, e o éter de Descartes ressurge.

Um novo grande avanço na compreensão da natureza da luz é aduzido pelo próprio Young, em 1817, ao propor — a fim de explicar certos fenômenos de polarização^{xii} e interferência dos raios luminosos observados por Arago — que a luz seria composta de ondas transversais, e não longitudinais.^{xiii}

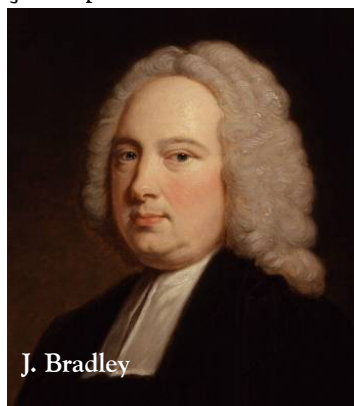
A aberração da luz

O fenômeno conhecido como *aberração da luz* é crucial nesta história, e para compreendê-lo bem vamos imaginar uma estrela no zênite (fig. 4-a).

Com a Terra em repouso em relação a essa estrela, a reta imaginária entre ambas será perfeitamente vertical. A Terra, contudo, possui um movimento de translação a uma velocidade aproximada de 30 km/s. Como essa estrela será vista levando-se em conta esse movimento?

O fenômeno pode ser melhor compreendido a partir de uma analogia simples:¹³ imagine uma pessoa parada sob a chuva — admitindo-se que não há vento, ela perceberá os pingos da chuva caírem verticalmente. Se, no entanto, essa pessoa puser-se a correr, os pingos irão de encontro a ela que, de seu referencial, perceberá os pingos caírem numa trajetória inclinada de certo ângulo, e quanto mais rápido correr mais acentuado será esse ângulo; se a mesma pessoa correr no sentido contrário verá, ainda assim, os pingos seguirem uma trajetória inclinada, porém também em sentido contrário — embora do referencial da chuva esta continue a cair verticalmente

O astrônomo James Bradley esclareceu a questão após minuciosas observações e publicou os resultados no ano de 1729.



a estrela é observada. O que se verifica então é que, em medições de uma estrela

Ocorre com a luz de uma estrela que esteja no zênite algo similar ao descrito na analogia dada: a estrela, que deveria ser vista em uma posição segundo uma reta vertical em relação à posição do observador — já que ela se encontra no zênite —, será vista, devido ao deslocamento da Terra (= o observador correndo sob a chuva), sob um certo ângulo em relação à vertical (fig. 4-b). As medições, grosso modo, são feitas entre períodos de seis meses, quando a Terra inverte o sentido de seu movimento ao longo de sua órbita ao redor do Sol — momento em que será também necessário mudar a orientação do telescópio através do qual

¹³ Adaptado de Wolfson, L. [2005].

feitas num intervalo de seis meses, ocorre uma mudança aparente na direção em que ela é observada (= mudança no sentido do deslocamento do observador sob a chuva) — sendo este o fenômeno conhecido como *aberração da luz*.¹⁴

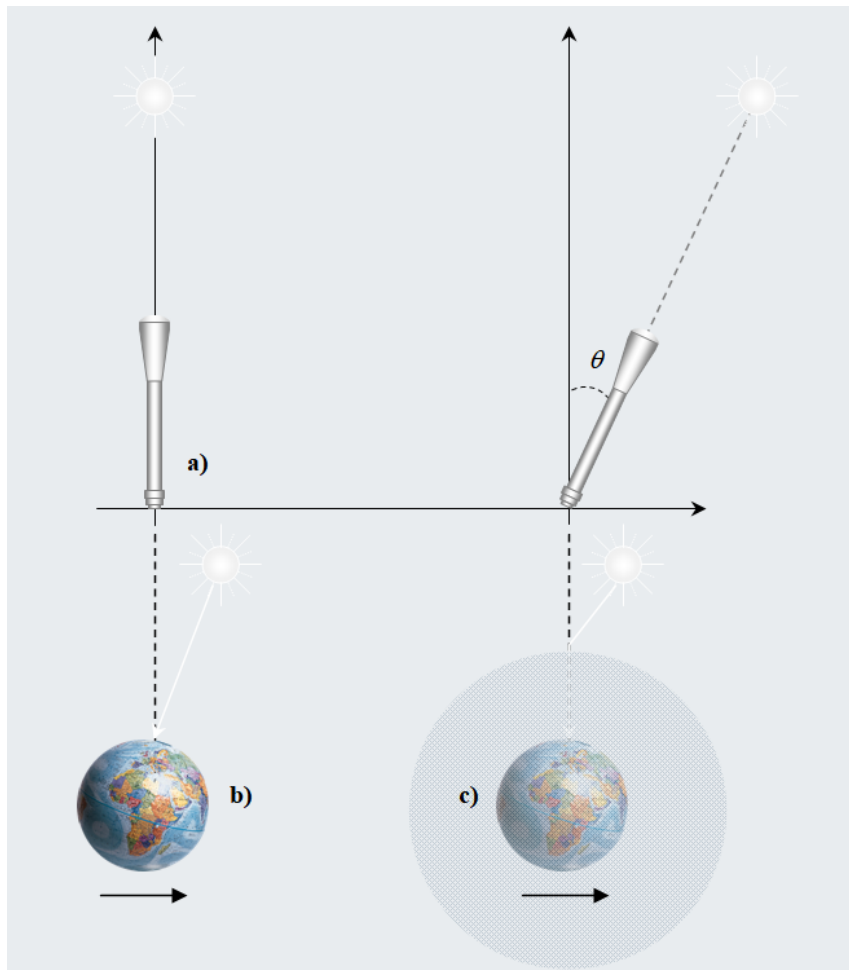


Fig. 4. Aberração da luz

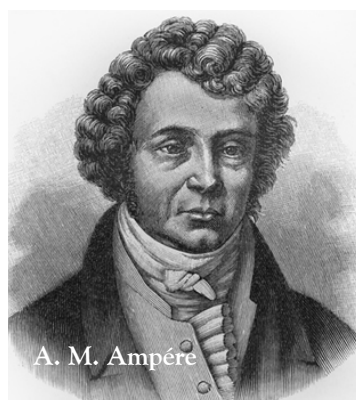
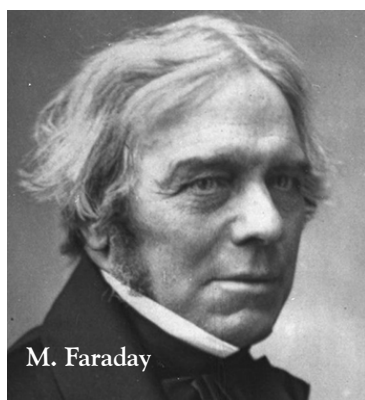
Este resultado é muito importante por duas razões: a primeira porque Bradley observou um conjunto de estrelas próximas ao pólo celeste, e como a aberração observada era a mesma para cada estrela, pôde concluir que a velocidade da luz proveniente de cada estrela também era a mesma (logo não há variação da velocidade da luz no vácuo), e, supondo-se que todas as estrelas se movem, caso a velocidade da luz dependesse da velocidade da fonte emissora, também a aberração observada seria diferente para cada estrela.^{xiv}

¹⁴ V. o apêndice matemático “Sobre a aberração da luz”.

A segunda razão se refere ao éter: uma vez que a luz deslocava-se através do éter, ou melhor, que a luz, entendida como um fenômeno ondulatório, representava uma onda do próprio éter, o que ocorreria se a Terra, em sua órbita, arrastasse consigo “uma bolha” de éter? Na analogia do observador correndo sob a chuva, podemos imaginar que se ele arrastasse consigo uma grande bolha de ar — grande o suficiente para a chuva compartilhar o movimento da bolha —, os pingos no interior dessa bolha já não atingiriam o observador segundo uma trajetória inclinada, mas vertical, pois o observador neste caso estaria em repouso em relação à bolha de ar. No caso em que a Terra arraste o éter consigo (fig.4-c), a trajetória da luz da estrela no interior da “bolha” não apresentaria o fenômeno da aberração, pois o observador estaria em repouso em relação ao éter.

Maxwell e o eletromagnetismo

Entre os nomes envolvidos na busca pela compreensão da luz, vamos abordar brevemente as contribuições do físico e matemático francês André Maria Ampère (1775-1836) e as do físico e químico britânico Michel Faraday (1791-1867), que culminaram com o desenvolvimento da moderna teoria do eletromagnetismo formalizada matematicamente pelo físico escocês James Clerk Maxwell (1831-1879) na segunda metade do século XIX.



Ampère, a partir de resultados obtidos em seus experimentos, enunciou alguns importantes princípios do eletromagnetismo. Entre outras coisas demonstrou que uma corrente elétrica em movimento numa trajetória circular dá origem a um efeito magnético, e ainda que dois fios portando energia elétrica exercem entre si interação magnética como dois ímãs. Ampère deduziu que a origem do magnetismo de certos materiais estaria no fato de serem percorridos por uma corrente elétrica — dedução pouco aceita à época, mas que correspondia à verdade.

Faraday, um dos mais notáveis experimentalistas da história da física, a partir de 1831 demonstrou que um ímã em movimento é capaz de gerar uma corrente elétrica, e enunciou que a eletricidade e o magnetismo são transmitidos (conforme suas próprias palavras) por meio de “linhas de força” invisíveis. A idéia das

“linhas de força” surgiu a partir da seguinte observação: espalhando-se limalha de ferro sobre uma superfície e submetendo-a à ação do magnetismo formam-se padrões de linhas, de onde concluiu que aquelas linhas estariam presentes mesmo sem a presença da limalha de ferro a desenhá-las, ou seja, o ímã produz um “campo de influência no espaço”. Com essa nova visão, Faraday completou a correspondência entre magnetismo e eletricidade, criando o conceito de um campo¹⁵ invisível que envolve um ímã ou uma bobina e transmite a força elétrica ou a magnética. (fig. 5)

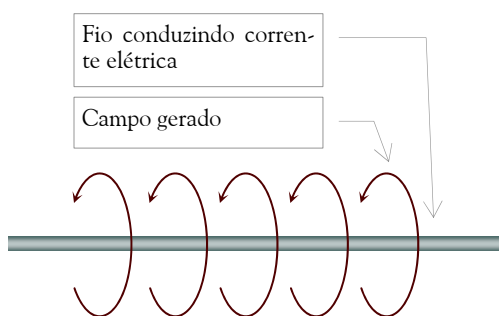
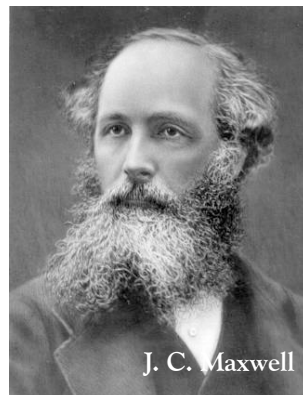


Fig. 5. Campo eletromagnético



J. C. Maxwell

Dos resultados obtidos por Ampère e Faraday (a lei de Ampère, a lei da indução de Faraday, além da lei de Gauss), Maxwell chegou a um conjunto de equações mostrando que a eletricidade e o magnetismo são aspectos diferentes de uma mesma força — o eletromagnetismo —, e que um campo eletromagnético se propaga através do espaço na forma de uma ondulação — uma onda eletromagnética — a uma certa velocidade “ c ”, dando origem a essa famosa constante da Natureza. Maxwell determinou por meio de experimentos um valor para c igual a 310.740 km/s, valor muito próximo do encontrado por Fizeau para a velocidade da luz no ar (313.300 km/s)¹⁶, donde deduziu que não se tratava apenas de uma coincidência, mas sim que a luz deveria ser um tipo de onda eletromagnética.^{xv} Assim, em 1962 escreveu:

“A velocidade das ondas transversais em nosso meio hipotético, calculada a partir dos experimentos electromagnéticos dos Srs. Kohrausch e Weber, concorda tão exactamente com a velocidade da luz, calculada pelos experimentos óticos do Sr. Fizeau, que é difícil evitar a inferência de que a luz consiste nas ondulações transversais do mesmo meio que é a causa dos fenómenos eléctricos e magnéticos.”

¹⁵ O conceito de campo idealizado por Faraday motivou fortes críticas dos teóricos de então, os quais diziam tratar-se apenas de uma espécie de “muleta mental”, já que Faraday, apesar de ser um grande experimentalista, não dominava a matemática. No entanto este foi um conceito que se estabeleceu definitivamente na Física, tornando-se fundamental.

¹⁶ O valor atual para c é aproximadamente 299.792.458 m/s.

Vemos que, após os esforços de muitos pesquisadores, esforços esses coroados pela teoria do eletromagnetismo de Maxwell, a luz finalmente revelava seus segredos!

Neste ponto impõe-se, contudo, uma questão essencial: Maxwell concluiu que a velocidade das ondas eletromagnéticas através do espaço é igual a c .

Sabendo-se, p. ex., que as ondas sonoras se propagam através de seu meio próprio, o ar, a uma certa velocidade (aproximadamente 1.400 km/h) em relação ao qual pode ser medida, pergunta-se: qual seria o referencial em relação ao qual poder-se-ia medir a velocidade da luz como sendo igual a c ? Richard Wolfson¹⁷ salienta que “precisamos de uma resposta, se quisermos que a teoria eletromagnética de Maxwell (...) tenha um fundamento sólido”.

Referimos nas seções anteriores o éter, postulado por Descartes e depois retomado e modificado por outros pensadores, como o meio no qual se propagariam as ondas luminosas.

Também para Maxwell esse meio — esse referencial adotado em relação ao qual medir-se-ia a velocidade da luz — seria o *éter*,^{xvi} o qual, em sua teoria possui propriedades tais como a de produzir forças e tensões, conter energia cinética e potencial e momento mecânico.¹⁸ Disse ele: “Tendo em conta os fenômenos da luz e do calor, temos alguma razão para crer que haja um meio etéreo preenchendo o espaço, permeando os corpos e capaz de ser posto a mover-se e a transmitir o movimento de uma a outra parte, comunicando esse movimento à matéria bruta, de modo a aquecê-la e afetá-la de várias maneiras”.¹⁹

Não nos deteremos numa análise minuciosa do éter como meio de propagação da luz,²⁰ mas convém destacar que entre os pensadores de então havia muitas divergências quanto às suas características, como segue.

Thomas Young, por volta de 1801 considerava o éter constituído de partículas que se repeliam umas às outras, sendo simultaneamente atraídas por partículas de matéria comum, similar ao éter newtoniano, mas diferindo deste, que seria mais rarefeito em corpos mais densos e mais concentrado em corpos diáfanos: para Young seria o contrário, sendo que essa densidade não se alterava abruptamente no contorno dos corpos, havendo uma espécie de halo de éter ao redor dos objetos densos. O éter também integrava outros fenômenos além da luz, como o calor radiante e a eletricidade, e pouco mais tarde já exerceria a função de um referencial absoluto para o movimento dos planetas, explicando dessa forma a aberração estelar.

Fresnel, juntamente com Young, apercebe-se, por volta da segunda década

¹⁷ Wolfson, L. [2005].

¹⁸ Para detalhes técnicos v. Martins, Roberto A. [2005]. É de se ressaltar também que apesar de Maxwell defender em sua teoria a existência de um éter, é o conceito de campo que assume uma posição central. Maxwell foi um crítico do éter ao referir-se a um “espaço preenchido três ou quatro vezes com éteres” (Pais, A. [1982]).

¹⁹ A tendência dos contemporâneos de Maxwell foi não acreditar em tais resultados. Somente em 1888, nove anos após sua morte, foi que o físico Heinrich Hertz inventou os osciladores, capazes de emitir e captar as ondas eletromagnéticas a distância, provando que Maxwell estava certo.

²⁰ Para maiores detalhes sobre esse tema, bem como sobre as investigações acerca da natureza da luz, ver Pimentel Jr. [2012], cap. 5, no qual a presente descrição foi baseada.

do século XIX, de que a luz consistia em ondas transversais, mas isso traz uma consequência: uma onda transversal não podia mais ser descrita como a rarefação e compressão do meio etéreo (como ocorre com as ondas sonoras), sugerindo que as partículas do éter preservavam uma característica similar à dos corpos sólidos, que, diferentemente dos fluidos, são capazes de propagar vibrações transversais. Foi, portanto, a partir de então que o éter luminífero passou a exibir propriedades paradoxais e simultâneas, como de extrema rarefação, de modo a não oferecer resistência ao movimento dos planetas, e grande rigidez, pois fenômenos ondulatórios transversais se propagam com velocidade maior em corpos mais rígidos.

Apesar dessas características contraditórias, para James Challis (1803-1882) o éter seria um fluido, e tentou explicar os fenômenos físicos aplicando-lhe teorias hidrodinâmicas.

Já para George Gabriel Stokes (1819-1903) o éter também se comportaria como um fluido ao ser submetido à pressão suave causada pelo movimento dos planetas; porém, submetido às oscilações extremamente rápidas da luz, reagia como um sólido.

Façamos, contudo, neste ponto, uma breve pausa para algumas considerações acerca da teoria da luz e seu confronto com o princípio da relatividade de Galileu.

...De volta ao princípio da relatividade de Galileu

O comportamento da luz tinha uma estranha propriedade: inicialmente acreditava-se que a luz obedeceria ao teorema da soma das velocidades, valendo lembrar que o próprio Newton, acreditando-a um fenômeno corpuscular, a considerava sujeita às leis do movimento descritas por ele, portanto sua velocidade dependeria da velocidade do observador ou do corpo emissor;²¹ porém, dados experimentais, colhidos a partir da medição da velocidade da luz proveniente de estrelas binárias, mostraram que c parecia a mesma para qualquer observador e independentemente do estado de movimento do corpo emissor.

Por exemplo: um observador na Terra vê a luz proveniente de uma estrela deslocar-se em sua direção à velocidade c . Se esse observador move-se uniformemente na direção da estrela com velocidade v , verá a luz também deslocando-se em sua direção à velocidade c , e não a uma velocidade igual a $c + v$. Se o mesmo observador vê a fonte de luz deslocar-se em sua direção a uma velocidade w , mais uma vez a velocidade da luz será c e não $c + w$.

Experimentos (desde que essa propriedade foi verificada, antes da publicação da relatividade especial) foram feitos a fim de comprová-la, e todos mostraram o mesmo resultado: a velocidade da luz é absoluta em relação a qualquer corpo, esteja em repouso ou em movimento uniforme, provenha ou não de uma fonte em repouso.

²¹ Veja a seção “O teorema da adição das velocidades”.

Vemos portanto que, sendo o princípio da relatividade de Galileu aplicável às leis de Newton (Mecânica), mas não às de Maxwell (Eletromagnetismo), dispomos então de três possibilidades:²²

1^a) O princípio da relatividade vale para a Mecânica mas não para a Eletrodinâmica; em Eletrodinâmica há um sistema inercial preferencial (o éter). Neste caso, as transformações de Galileu são aplicáveis e é possível localizar experimentalmente o éter; (temos aqui um problema, pois não parecia verossímil que um princípio simples e elegante como este pudesse valer para a Mecânica mas não para o Eletromagnetismo, caso em que teria de ser abandonado)

2^a) O princípio da relatividade vale tanto para a Mecânica quanto para a Eletrodinâmica, mas as leis dadas por Maxwell não são corretas. Neste caso, as transformações de Galileu também se aplicam e é possível fazer experiências que mostrem desvios da Eletrodinâmica de Maxwell. As leis do eletromagnetismo terão de ser reformuladas; (este é, igualmente, um sério problema, pois a Eletrodinâmica parecia corretamente descrita)

3^a) O princípio da relatividade vale tanto para a Mecânica como para a Eletrodinâmica, porém as leis dadas por Newton não são corretas (e este é, da mesma forma, um outro notável problema, porque se trata de nada menos que contestar a autoridade de Isaac Newton!). Já neste caso as transformações de Galileu não se aplicam devido a sua inconsistência com as equações de Maxwell, requerendo-se um outro conjunto de transformações compatíveis tanto com o Eletromagnetismo quanto com a nova Mecânica.

Qual delas corresponde à realidade? Adiante veremos. Por ora, será instrutivo determo-nos um pouco mais no conceito da luz como um fenômeno corpuscular e sua transição para o de um fenômeno ondulatório.

A contradição dos experimentos

Os experimentos de Arago

Nos anos de 1806 e 1810, François Arago (1786-1853) levou a efeito diversos experimentos visando investigar problemas referentes à velocidade da luz e à teoria corpuscular de Newton.

Em 1806, juntamente com o físico Jean-Baptiste Biot (1774-1862), numa série de experimentos muito precisos e delicados, mediu a velocidade da luz proveniente de diversas estrelas, obtendo (como Bradley) sempre a mesma velocidade. Tal resultado, além de corroborar o resultado de Young em seu experimento de 1801, é também incompatível com a descrição corpuscular da luz — segundo a qual a velocidade dos corpúsculos de luz dependeria da distância e das dimensões da fonte emissora. Em uma publicação posterior, Arago escreveu: “A luz move-se com a mesma velocidade, quaisquer que sejam os corpos de onde ela emana, ou pelo menos, se existem algumas diferenças, elas não podem de nenhuma maneira alterar a exatidão das observações astronômicas”.

Já em 1810, trabalhando sozinho, fez uma nova série de experimentos, vi-

²² Resnick, R. [1971]; Nussenzveig, M. [1988].

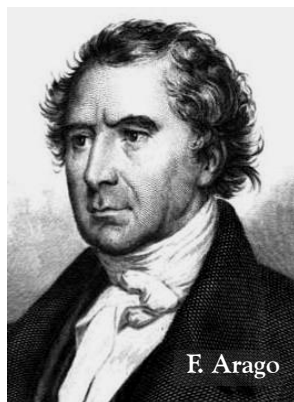
sando uma composição da velocidade da luz de estrelas através de um prisma acromático com a velocidade da Terra. O experimento consistia em medições feitas às seis horas da manhã com estrelas visíveis próximas ao meridiano, horário em que a Terra movia-se em direção a elas; e eram repetidas às dezoito horas, quando então a Terra se movia em direção contrária às mesmas estrelas.²³ Assim, caso a velocidade da luz variasse, ao atravessar um prisma que se move na direção da fonte emissora, a luz apresentaria um ângulo de refração diferente da que atravessa um prisma que se move em direção oposta à da fonte. No primeiro caso, a luz dentro do prisma teria sua velocidade somada à da Terra; no segundo, a velocidade da Terra seria subtraída à da luz. No entanto, apesar do grau de precisão das experiências, Arago observou um resultado nulo, ou seja, o ângulo de refração era o mesmo em ambos os casos, indicando que não havia variação na velocidade da luz — sendo esse mais um dos resultados que contribuíram para o ressurgimento da teoria ondulatória.²⁴

A teoria ondulatória de Fresnel

Ao desenvolver sua teoria, Auguste Jean Fresnel (1788-1827) buscou conciliar os resultados obtidos por Arago e o fenômeno da aberração dentro de uma concepção ondulatória da luz.

Se a Terra se movesse em relação ao éter, tido então como estacionário, não seria possível explicar o resultado do experimento de Arago, de 1810, pois implicaria na observação de diferentes velocidades para a luz. Por outro lado, caso a Terra arrastasse o éter consigo, mantendo-se em repouso em relação a ele, o efeito da aberração não ocorreria. Desta forma, a fim de conciliar ambos os fenômenos, Fresnel aduziu em 1818 a hipótese de que o éter seria arrastado apenas parcialmente pela Terra — que, nesse caso, **estava em movimento parcial** em relação a ele.

A idéia contida nas investigações de Fresnel (que resultaram no experimento de Fizeau) é a seguinte: no interior de um tubo há um fluxo de água com



²³ Pimentel Jr. [2012].

²⁴ O experimento de Arago é tido como a primeira evidência experimental da teoria da relatividade. Para mais informações sobre os diversos experimentos sobre a luz realizados ao longo dos séculos XVIII e XIX, consulte-se Pimentel Jr. [2012], e também Martins, R. [2015].

velocidade v ; um raio de luz atravessa o tubo na direção e sentido do movimento da água, com uma velocidade v' em relação a esta. Busca-se então conhecer a velocidade w da luz em relação a um referencial estacionário, que tanto pode ser o tubo quanto o próprio éter.

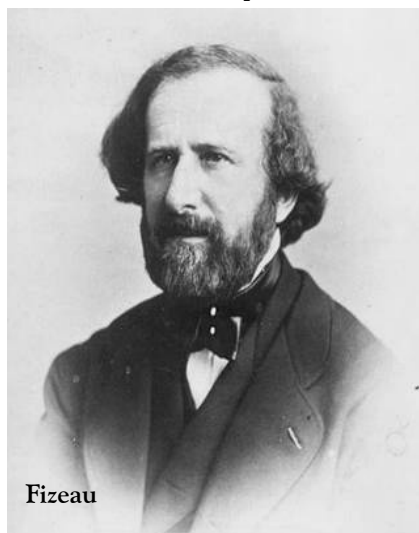
Se o éter não fosse arrastado pela água em movimento, a velocidade v' da luz não seria afetada. Se a água arrastasse totalmente o éter, então a velocidade da luz seria a soma $v + v'$, ou seja, a velocidade da luz em relação à água mais a velocidade da própria água fluindo.

Contudo, se o éter fosse arrastado apenas parcialmente, como previsto por Fresnel, a velocidade observada para a luz seria então a soma da velocidade da luz em relação à água, v' , com uma fração de v (velocidade da água), pois o éter parcialmente arrastado reteria consigo também parcialmente a luz.

O experimento de Fizeau

Em 1851 o físico Armand Hippolyte Louis Fizeau (1819-1896) realizou seu famoso experimento (fig. 6), visando testar a hipótese do arrastamento do éter pelos corpos em movimento.²⁵

A idéia do experimento é a seguinte: a água percorre um tubo a uma velocidade de ~ 7 metros por segundo conforme



a direção indicada pelas setas escuras (a velocidade da água não pode ser alta para não entrar em turbulência e impedir a observação da interferência dos feixes de luz). Um feixe de luz, incidindo num espelho semi-refletor, se divide em dois: um atravessa o espelho e no interior do tubo segue contra o fluxo da água; o outro reflete para o espelho de cima, é novamente refletido e segue a favor do fluxo da água. De volta ao ponto inicial, os dois feixes são recombinados procedendo-se então à observação da interferência entre ambos. A p segundo a teoria de Fresnel para um arrastamento parcial era a de um deslocamento das franjas de interferência igual a 0,20 de franja. No caso

de um arrastamento total o efeito seria de 0,46. Para nenhum arrastamento, o resultado seria zero.

Fizeau observou um deslocamento de 0,23 franja, confirmando a teoria de Fresnel, o que levou Poincaré a comentar, em discurso proferido no Congresso de Paris, 1900: "(...) crê-se que se pode tocar o éter com os dedos". O experimento de Fizeau foi repetido anos mais tarde, com maior precisão, por Michelson e Morley, sobre quem falaremos na próxima seção, obtendo uma concordância ainda

²⁵ V. os apêndices matemáticos "O experimento de Fizeau" e "Teorema relativístico da soma das velocidades", este último explicando do resultado desse experimento à luz da RE.

maior. Parecia então não haver dúvidas quanto à existência do éter, porém a experiência de que trataremos a seguir veio a contradizer esses resultados.

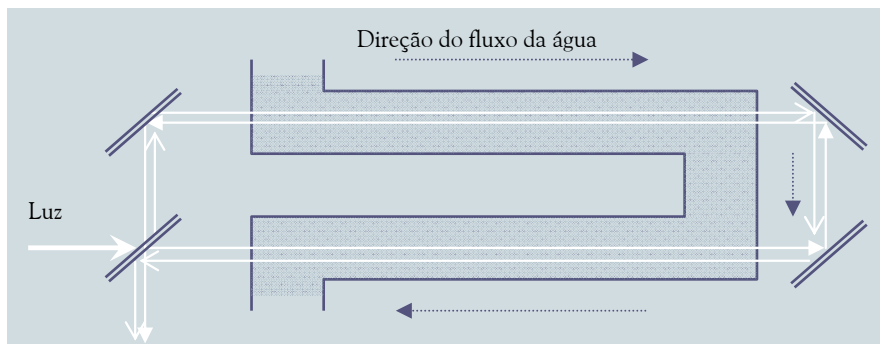


Fig. 6. O experimento de Fizeau

O experimento de Michelson & Morley

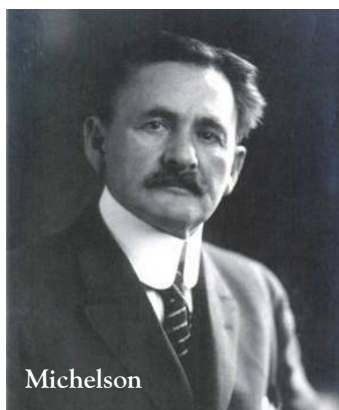
O notável experimento de que trataremos agora tinha por finalidade medir a velocidade da terra em relação ao éter, tido como estacionário, sendo que outros experimentos já haviam sido propostos ou realizados com esse mesmo fim, valendo-se da observação de fenômenos óticos e eletromagnéticos, sem sucesso.

Como o entendimento à época era que a luz se propagava através do éter, em outras palavras, constituía-se numa onda do próprio éter, a velocidade da Terra em relação a esse meio estacionário, estimada como equivalente à sua velocidade orbital, ou seja, de aproximadamente 30 km/s, poderia — em princípio — ser detectada medindo-se as variações observadas no valor de c através dele.^{xvii}

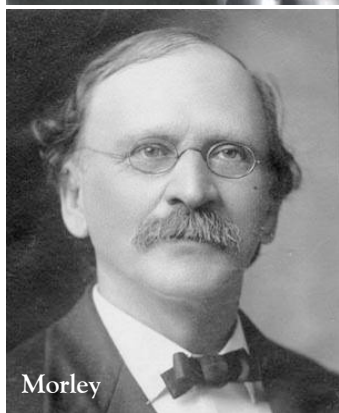
A primeira versão da experiência foi feita em 1881 pelo físico holandês Albert Michelson (1852-1931), utilizando um interferômetro que ele mesmo idealizou (fig. 7-a). O aparelho compunha-se de braços perpendiculares com 1,2 m de comprimento, cada um dos quais com um espelho (M_1 e M_2) na extremidade, e um terceiro espelho (M_0) em seu ponto de convergência.

A idéia do experimento consiste no seguinte: um raio de luz S (foi utilizada a luz de sódio, amarela, com um comprimento de onda de $5,9 \times 10^{-5}$ cm) é projetado sobre o espelho M_0 . Esse espelho possui em sua composição 50% de prata, e é inclinado em 45° , de forma que o feixe é dividido em dois, fazendo com que um dos raios siga até o espelho M_1 enquanto o outro é desviado até o espelho M_2 num ângulo de 90° , ambos a igual distância de M_0 . Esses dois raios de luz refletem nos espelhos M_1 e M_2 e retornam a M_0 , refletindo e refratando na direção do observador O , onde são novamente recombinados e examinados.

A experiência deveria mostrar que o feixe M_1 , que segue no mesmo sentido do movimento da Terra — portanto contra o fluxo (ou “correnteza”) do éter (conforme indicado pelas setas) —, deveria sofrer algum atraso em relação ao feixe M_2 , em decorrência do qual os feixes, estando fora de fase ao serem recombinados, mostrariam ao observador uma modificação em seu padrão de interferência: um deslocamento mensurável nas franjas que formam esse padrão. O atra-



Michelson



Morley

so do feixe M_1 em relação ao feixe M_2 permitiria calcular a velocidade da Terra em relação ao éter.

Na versão do experimento datada de 1881, a previsão seria de uma variação de 0,08 de franja no padrão de interferência. Observaram-se apenas variações de 0,02 e 0,03 de franja, o que pareceu tratar-se de erros experimentais. A conclusão foi a de que o efeito previsto não existia e que a teoria de Fresnel de um éter estacionário seria incorreta: “Demonstra-se, assim, a incorreção do resultado da hipótese de um éter estacionário, seguindo-se a necessária conclusão de que tal hipótese é errônea”.²⁶

O experimento, porém, continha um erro, observado pelo físico Alfred Potier: havia uma variação não nula entre o tempo de ida e volta do raio de luz perpendicular ao vento do éter, não considerada por Michelson, ou seja, o percurso desse raio de luz não era perpendicular, mas ligeiramente inclinado devido ao deslocamento do interferômetro (fig. 7-c). Feita a correção, a nova previsão seria de 0,04 de franja (não mais 0,08), um valor muito próximo dos erros experimentais que tornava inválido o experimento.

Nesse ínterim Michelson desinteressou-se do problema, mas, estimulado por Lord Kelvin e Lord Rayleigh a insistir, repetiu o experimento de Fizeau, obtendo resultados que confirmavam a teoria de Fresnel: a previsão agora era a de um coeficiente de arrastamento igual a 0,438, e o experimento mostrou um valor quase igual: 0,434!

Em 1887 Michelson resolve repetir o experimento de seis anos antes, e convida o físico norteamericano Edward Williams Morley (1838-1923) para trabalharem juntos.

A nova versão do experimento foi cuidadosamente planejada, sendo o equipamento dez vezes mais sensível: Michelson montou seu interferômetro num pesado bloco de pedra com área de $1,5 \text{ m}^2$, e este sobre um disco de madeira que flutuava em um tanque de mercúrio; a distância entre o espelho M_0 e os espelhos M_1 e M_2 era agora de onze metros, já que os diversos espelhos que compunham o aparato propiciavam múltiplos reflexos, ampliando o percurso dos feixes de luz; Michelson calculou, baseado na teoria de Maxwell, que se girasse o equipamento num ângulo de 90° observaria uma alteração no padrão de interferência equivalente a $4/10$ da distância entre as franjas (fig. 7-c).

O experimento foi realizado ao meio-dia e às seis horas da tarde para verificar se a orientação da Terra em relação ao Sol poderia ter influência; também foi

²⁶ Michelson, A. *American Journal of Science*, 1881, cf. Pais, A. [1982].

feito dando dezesseis orientações diferentes aos braços que seguravam os espelhos, e repetido a cada três meses, a fim de se observarem possíveis influências do movimento da Terra ao longo de sua órbita: apesar de o aparelho permitir observações com uma precisão maior que uma parte em cem milhões, não se verificou

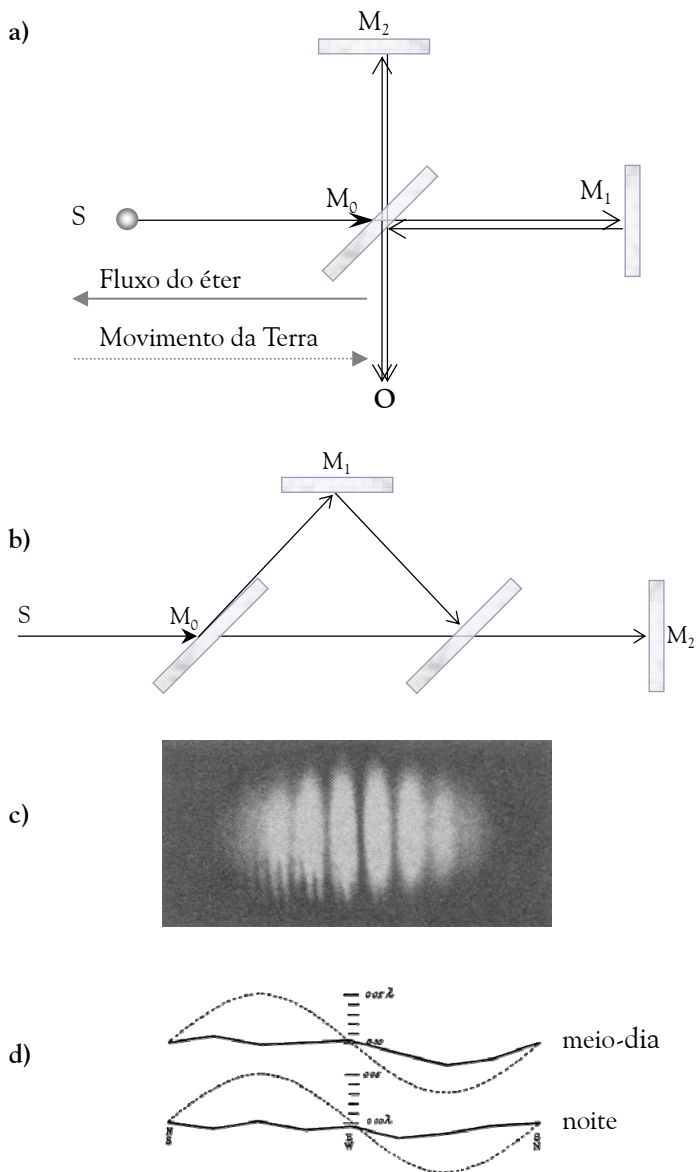


Fig. 7. O experimento de Michelson e Morley

nenhum defasagem entre os feixes de luz. Para descartar a possibilidade de que o insucesso se devesse a alguma deficiência de recursos, repetiu-se a experiência com equipamentos mais sofisticados, mas ainda assim o resultado foi sempre igual: em nenhum momento se verificou qualquer atraso de um feixe de luz em relação ao outro,^{xviii} mostrando que a Terra não se movia em relação ao éter!²⁷ (Nos gráficos da fig. 7-d²⁸ vemos o resultado de observações feitas ao meio-dia e à noite; em ambos, a linha pontilhada descreve o que se deveria esperar da existência de um éter estacionário; a linha-cheia o que de fato foi observado.²⁹)

Deve-se ressaltar, contudo, que os experimentadores não concluíram pela inexistência do éter, tendo Michelson registrado o fato da seguinte forma: “O deslocamento observado foi certamente menor que um vinte avos (de 40% da largura de uma franja) e provavelmente menor que um quarenta avos. Como, porém, o deslocamento é proporcional ao quadrado da velocidade, a velocidade relativa entre a Terra e o éter é provavelmente menor que um sexto da velocidade orbital da Terra e certamente menor que um quarto”.³⁰

O que restou demonstrado, portanto, foi que se a Terra se movia em relação ao éter, sua velocidade não poderia ser maior que 5 km/s, e não os esperados 30 km/s. Refinamentos posteriores reduziram essa velocidade para 1,5 km/s (experimentos feitos por Georg Joos em 1930) e, por último, 15 m/s em versões modernas do experimento, nas quais se utilizaram *lasers*.

Tal resultado aduziu uma grande e embaraçosa contradição: primeiro havia a confirmação da teoria de Fresnel pela repetição do experimento de Fizeau, e agora a contestação da mesma teoria; além disso sabia-se que a luz era uma onda, por isso precisava de um meio para propagar-se, o qual, segundo o próprio Maxwell, seria o éter. A Terra devia estar se movendo em relação a ele (do contrário não ocorreria o fenômeno da aberração da luz), e sua velocidade poderia ser medida (conforme se pensava à época) por meio das variações da velocidade de propagação da luz, mas [através do minucioso e suficiente experimento de Michelson e Morley] não se encontravam indícios desse movimento!

²⁷ V. o apêndice matemático “O experimento de Michelson & Morley”.

²⁸ Extraída de Resnick, R. [1971].

²⁹ Cumpre destacar as dificuldades de observação em experimentos dessa natureza. Considerando-se que a velocidade máxima da Terra em relação ao éter seria equivalente à velocidade de seu movimento de translação, ~30 km/s, e ainda que a velocidade da luz, *c*, era estimada à época (1876) em 299.900 ± 200 km/s (medições atuais indicam 299.792,458 km/s), o efeito a ser observado era muito tênue: uma parte em dez mil! Além do mais não seria tecnicamente possível construir os braços do interferômetro exatamente do mesmo comprimento (em outras palavras, um caminho igual para os dois feixes de luz), fato que já contribuiria para o surgimento de franjas de interferência; por essa razão o aparato era girado em 90°, pois esperava-se observar na verdade alguma mudança nessas franjas. Perturbações também poderiam ser introduzidas por variações mínimas de temperatura, no caso de o equipamento ser construído em metal, ou de umidade, no caso de se usar madeira, além de vibrações, interferência do campo magnético da Terra e outras possíveis, que seriam suficientes para corromper as medições realizadas! Chamamos atenção para esses pormenores a fim de ressaltar que, não obstante as dificuldades a serem contornadas, as medições feitas foram precisas o suficiente para se alcançarem resultados concludentes.

³⁰ Michelson, A.; Morley, E. - *American Journal of Science*, XXXIV, n° 203 (Nov. de 1887).

Como salvar o éter – revisitando as três possibilidades

Para explicar o resultado das experiências, o físico irlandês George Fitzgerald (1851-1901) lançou mão de uma idéia notável: a contração dos corpos na direção de seu movimento. “A solução que posso ver” diz ele, “é que a igualdade das trilhas da luz é inexata”, ou, em outras palavras, o observador veria os raios de luz chegarem ao mesmo tempo porque haviam percorrido caminhos com extensão diferente. Em um artigo publicado em *Science*, 1889, intitulado “O éter e a atmosfera terrestre”, diz: “Eu sugeriria que o comprimento dos corpos materiais se modifica na direção de seu movimento no éter de uma quantidade que depende do quadrado da razão entre suas velocidades e a da luz. Sabemos que as forças elétricas são afetadas pelo movimento dos corpos eletrificados em relação ao éter, e parece ser uma suposição não improvável que as forças moleculares sejam afetadas pelo movimento e que, em conseqüência, o tamanho do corpo se altere”.

Independentemente, em 1895 o físico holandês Hendrick Antoon Lorentz (1853-1928) chegou à mesma conclusão, afirmando que o movimento através do éter era capaz de contrair os corpos — no caso, toda a Terra sofreria uma contração no sentido de seu movimento, bem como quaisquer instrumentos de medida, contração que faria o caminho percorrido pelo feixe de luz encurtar na proporção exata para que os resultados das medições fossem justamente os encontrados no experimento de Michelson e Morley. Lorentz soube posteriormente que Fitzgerald havia chegado a conclusão similar e trocaram correspondência sobre o tema.

O resultado observado, segundo ele, se devia à natureza da matéria: os campos de Maxwell existiriam nos espaços vazios entre as partículas, e a matéria eletricamente carregada operaria como fonte dos campos. Duas partículas carregadas interagiriam reciprocamente por influência mútua dos respectivos campos. Se a matéria consiste de moléculas (corpos eletricamente carregados mantidos em ligação por forças eletromagnéticas), poder-se-ia dar o caso de que, uma vez que um corpo entrasse em movimento, as forças se alterassem causando contração. Conforme David Bohm:³¹ “Lorentz supôs que as forças elétricas fossem essencialmente estados de tensão e deformação no éter. A partir das equações de Maxwell (...), era possível calcular o campo eletromagnético ao redor de uma partícula carregada. Para uma partícula em repouso no éter, seguia-se que esse campo podia ser derivado de um potencial ϕ , que era uma função esfericamente simétrica da distância R da carga, ou seja, $\phi = q / R$ (onde q é a carga da partícula). Quando foi feito um cálculo para uma carga que se move com velocidade v através do éter, descobriu-se que o campo de força já não era simétrico esfericamente: ao contrário, sua simetria tornou-se a de uma elipse de revolução, com diâmetros inalterados nas direções perpendiculares à velocidade, mas encurtados na direção do movimento na razão $\sqrt{1 - (v / c)^2}$. Esse encurtamento é, evidentemente, um efeito do movimento do elétron através do éter.”

Como os físicos se mantivessem sob influência da idéia do éter (o próprio Michelson teria certa vez se referido ao “velho e amado éter, que agora foi aban-

³¹ Bohm, D. [1965].

donado, embora eu, pessoalmente, ainda me agarre um pouco a ele”), Morley e seu colega D. C. Miller realizaram nova série de experimentos usando primeiro uma estrutura de madeira e, em seguida, uma de aço, imaginando que se as explicações de Lorentz estivessem corretas o efeito talvez dependesse das moléculas que constituíam os braços do interferômetro. O resultado continuou sendo nulo.

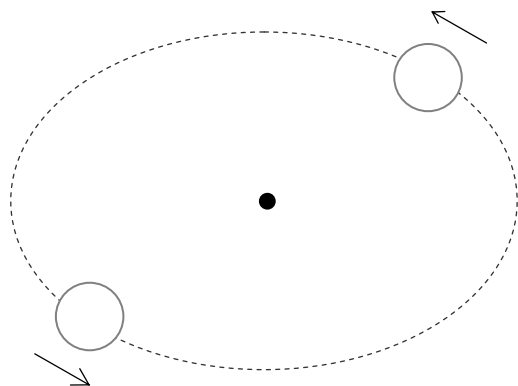


Fig. 8. Estrelas binárias eclipsantes

Em sua obra publicada no ano de 1904 Lorentz apresenta o conjunto de equações que ficou conhecido como as “Transformações de Lorentz”. Nessas equações a variável t é tratada como o “tempo real”, sendo introduzido um novo conceito denominado “tempo local”, referido pela variável t' . Tratava-se a seu ver de um artifício matemático para simplificar as equações (de Maxwell) nos cálculos referentes a corpos em movimento, não lhe sendo atribuído nenhum significado experimental.³² Lorentz não deixou de perceber o fenômeno que posteriormente, com a formulação de Einstein da relatividade, veio a ser compreendido como dilatação temporal, que para ele, no entanto, não teria realidade física. O tempo “verdadeiro”, o único dotado de significação física, era aquele medido por um observador em repouso no éter (eis o éter como referencial universal para se considerar um corpo em repouso ou em movimento em relação a ele!). “Esse conjunto de equações desempenha papel importante nos cálculos de Lorentz, mas funcionam como auxiliares matemáticos de significação física obscura”,³³ e somente com a publicação dos artigos de Einstein em 1905 o real significado das Transformações de Lorentz tornou-se claro.

A hipótese da contração dos corpos, no entanto, como descrita por Fitzgerald e Lorentz, falece diante do resultado de um experimento similar ao de Michelson & Morley, realizado em 1932 por Kennedy e Thorndike. No experimento

³² Anton H. Lorentz não foi o primeiro a apresentar o conjunto de equações que se tornou conhecido como “Transformações de Lorentz”: uma forma similar dessas equações foi deduzida inicialmente por Waldemar Voigt e, mais tarde, por J. Larmor. V. o apêndice matemático “Dedução das transformações de Lorentz”.

³³ Bernstein, J. [1975].

original, pressupunha-se que os braços do interferômetro fossem (aproximadamente) iguais; neste novo experimento eram desiguais, com diferença de 16 cm de comprimento, caso em que mesmo somando-se o efeito da contração de Lorentz-Fitzgerald seria de esperar um deslocamento nas franjas de interferência,³⁴ que seria máxima a cada 12 horas, devido à rotação da Terra, e a cada seis meses, devido à translação. Mais uma vez, nenhum efeito foi observado.

A idéia da contração dos corpos, apesar de original, revelava-se claramente pré-relativista, não apenas por persistir no apelo ao éter — e em função dele —, mas por considerar que a contração era física, ou seja, dos próprios componentes microscópicos da matéria. O que se destaca, no entanto, é que se a existência de um referencial em repouso absoluto não era corroborada pela experiência, a primeira das três possibilidades referidas no tópico anterior fica eliminada.

Uma outra tentativa de preservar a existência do éter foi através da hipótese do arrastamento: caso a Terra arrastasse o éter consigo, ela estaria em repouso em relação ao meio de propagação da luz e, porconsequente, o resultado nulo do experimento Michelson & Morley estaria justificado. Vimos, no entanto, que a observação da aberração estelar e o resultado do experimento de Fizeau levavam à conclusão de que a Terra movia-se em relação ao éter, contraditando a hipótese do arrastamento³⁵.

Houve também tentativas de modificar a Eletrodinâmica.

Isso foi feito através das chamadas “teorias de emissão”, as quais sugerem que a velocidade da luz está associada à da fonte emissora. Tais teorias explicariam o resultado nulo de M & M, porém vimos que através das observações de Bradley já se havia constatado que a velocidade da luz não está associada à da fonte emissora. Observações de estrelas binárias eclipsantes também contestam essa idéia, uma vez que a luz da estrela que se aproxima da Terra em seu movimento de translação ao redor de um centro comum deveria ser maior que a da que se afasta, o que não ocorre (fig. 8). Este resultado elimina a segunda das três possibilidades referidas.³⁶

Resta-nos a terceira: o princípio da relatividade vale tanto para a Mecânica como para a Eletrodinâmica, porém são as leis dadas por Newton que requerem modificações; tampouco as transformações de Galileu se aplicam devido a sua inconsistência com as equações de Maxwell:³⁷ um outro conjunto de transformações compatíveis tanto com o Eletromagnetismo quanto com a nova Mecânica será necessário.

Coube a Einstein apresentar a solução dessas dificuldades.

³⁴ Cf. Resnick, R. [1971].

³⁵ V. os apêndices matemáticos “Sobre a aberração da luz” e “O experimento de Fizeau”.

³⁶ Para maiores detalhes, v. Resnick [1971] e Gazzinelli [2009].

³⁷ V. o apêndice matemático “A equação de onda eletromagnética e as Transformações de Galileu”. Para o novo conjunto de transformações requerido, ver o apêndice matemático “Dedução das transformações de Lorentz”.

II: A relatividade especial

Em junho de 1905 Einstein publicou na revista alemã *Annalen der Physik* um artigo intitulado “Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento”, e três meses depois, na mesma revista, outro artigo: “A inércia de um corpo depende de seu conteúdo de energia?”, no qual estabelece que a energia contida em certa porção de matéria é igual ao valor de sua massa multiplicado pelo da velocidade da luz elevado ao quadrado.

Outros artigos brilhantes foram publicados naquela revista por Einstein nesse mesmo ano, que ficou conhecido como o *miraculous year*. São, porém, os dois acima referidos que compõem, como se tornou conhecida, a Teoria da Relatividade Especial (ou Restrita).^{xix}



UMA PERGUNTA FEITA AOS 16 ANOS

Einstein — conforme seu próprio relato — tinha dezesseis anos quando se perguntou o que veria se perseguisse um feixe de luz com a velocidade da própria luz: “Durante esse ano [entre outubro de 1895 e o começo do outono de 1896] em Arau, surgiu-me a questão: se corrêsemos atrás de uma onda luminosa com a velocidade da luz iríamos nos confrontar um campo de ondas independente do tempo. No entanto tal campo parece não existir!”³⁸ ^{xx}

Ao formular tal pergunta, o jovem Einstein baseava-se na física newtoniana, segundo a qual é possível que um corpo seja acelerado à velocidade da luz.

Mas o que é a luz?

Um movimento oscilatório de ondas eletromagnéticas, as quais, conforme o entendimento da época, consistiam numa perturbação do éter (uma ondulação do próprio éter). Ora, se alguém se deslocasse ao lado de um raio de luz à mesma velocidade com que ele se move, deveria ver a luz estacionária, parada ao seu lado, ou, dito de outra forma: a oscilação — a onda — simplesmente desaparece-

³⁸ Cf. Pais, A. [1982].

ria. Na descrição da Mecânica Newtoniana não havia impedimento para que um corpo acelerasse até a velocidade da luz, mas as equações de Maxwell não admitiam luz estacionária.

Einstein deu com o problema por própria conta aos dezesseis anos de idade. Nos dez anos seguintes concluiu seus estudos, casou-se, conseguiu um emprego na cidade de Berna, na Suíça, e ali, mantendo pouco contato com outros pesquisadores, encontrou a resposta.³⁹

OS POSTULADOS

No texto de “Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento” encontram-se poucas fórmulas de matemática avançada e não há referências a qualquer obra ou artigo científico: são mencionados apenas os nomes de Maxwell, Hertz e Lorentz, além da colaboração de Ângelo Besso. Na primeira parte, a *Parte Cinemática*, Einstein aborda entre outras coisas, e por meio de exemplos de experiências hipotéticas, o teorema da adição de velocidades, a definição de simultaneidade e a relatividade dos comprimentos e tempos, que são algumas das conseqüências mais interessantes da teoria, de que trataremos adiante e para as quais normalmente se chama atenção com mais freqüência em publicações populares.⁴⁰

Einstein começou por estabelecer como base de sua teoria dois postulados fundamentais que, aparentemente, pareciam inconciliáveis:

- Primeiro: **o princípio da relatividade**, segundo o qual as leis da Física são as mesmas em todos os sistemas inerciais, não havendo um sistema preferencial.
- Segundo: **o princípio da constância da velocidade da luz no vácuo**. A velocidade da luz no vácuo, c , não depende do movimento da fonte emissora e será a mesma para todos os observadores inerciais. Deve-se destacar que não havia então evidência experimental desse princípio, o qual era uma decorrência da teoria de Maxwell sobre o eletromagnetismo.⁴¹

A partir destes postulados, Einstein constrói uma teoria que se destinava a dar novos rumos à Física.

Como ambos foram apresentados acima de forma esquemática, vamos conhecê-los como publicados na revista *Annalen der Physik*.

³⁹ Conforme Bernstein, J. [1975], não há evidência documental de que era dessa forma que Einstein via o problema naquela época. A descrição dada nesta seção data de pelo menos quarenta anos após a descoberta da relatividade. Einstein, aos quinze ou dezesseis anos, escreveu um ensaio propondo experimentos para verificar a existência de um éter mecânico, e em 1901, em suas cartas, ainda se referia ao “éter da luz” e a métodos para confirmar o movimento da matéria em relação a ele. Assim, não existe, datado daquele período, qualquer documento que esclareça como Einstein teria chegado à Relatividade — somente o artigo publicado em 1905.

⁴⁰ A segunda parte, a *Parte Eletrodinâmica*, é porém muito técnica e foge ao escopo deste livro.

⁴¹ Bernstein, J. [1996].

O primeiro postulado encontra-se sob a seguinte redação:

[Exemplos desse tipo] (...) levam à conjectura de que não apenas os fenômenos da mecânica mas também os da eletrodinâmica não têm propriedades que correspondam ao conceito de repouso absoluto. Ao contrário, as mesmas leis da eletrodinâmica e da ótica são válidas para todos os sistemas de coordenadas nos quais valem as equações da mecânica.

E o segundo:

(...) A luz sempre se propaga no espaço vazio com uma velocidade definida, que é independente do estado de movimento do corpo emissor.⁴²

Este segundo postulado é uma consequência direta do princípio da relatividade, de forma que é essencialmente neste princípio, como estabelecido por Einstein, que a relatividade especial se fundamenta.

O princípio da relatividade de Einstein distingue-se do de Galileu, pois enquanto este fazia referência somente às leis da Mecânica, Einstein estendeu o conceito de forma a englobar todas as leis da Física! Dado este princípio, elimina-se de vez a idéia de um referencial absoluto em relação ao qual um corpo possa estar em repouso ou em movimento: entre diversos observadores inerciais, cada um pode se considerar em repouso e os demais em movimento.

Por exemplo: um astronauta que se afasta da Terra poderá afirmar que sua nave está em repouso e que é a Terra que se afasta sem incorrer em erro de conceito (isto leva ao paradoxo dos gêmeos, que será visto adiante).

O éter foi descartado como desnecessário, já que não lhe caberia mais a função de um sistema de referência absoluto nem de um meio para a propagação da luz, e o eletromagnetismo adquiriu o *status* similar ao de matéria: “(...) O conceito de um éter luminal como transportador de forças elétricas e magnéticas não cabe na teoria descrita aqui, pois campos eletromagnéticos são descritos agora não como estados de alguma substância, mas como entes que existem independentemente, análogos à ‘matéria ponderável’, tendo com ela em comum a característica da inércia.”⁴³

A velocidade da luz no vácuo não só independe do movimento da fonte emissora, e não só é invariante com relação a sistemas inerciais, como também é uma constante universal: trata-se de uma velocidade-limite, à qual nenhum corpo dotado de massa pode ser acelerado.^{xxi}

Einstein compreendeu que se alguém viajasse à velocidade da luz — o que

⁴² Cumpre ressaltar a diferença entre a forma original deste segundo postulado e a maneira genérica que é apresentada em diversas publicações sobre relatividade, as quais mencionam apenas que a velocidade da luz no vácuo é invariante em relação a qualquer sistema inercial.

⁴³ Einstein, 1907.

seria possível conforme a física newtoniana, bastando que se imprimisse ao viajante uma aceleração constante — violaria o princípio da relatividade, pois a luz não seria mais vista como um movimento oscilatório de ondas, e portanto poder-se-ia estabelecer em que velocidade estava-se deslocando, fazendo distinção através de uma experiência física entre estado de repouso e estado de movimento uniforme.⁴⁴

A incompatibilidade entre os postulados

Conforme A. Sazonov: “Desde o ponto de vista da concepção clássica do Universo, o segundo postulado se encontrava em total contradição com o primeiro, e qualquer intenção de construir uma teoria baseada na combinação de ambos só podia ser classificada como um erro insano ou uma ousadia infinita de uma mente genial”.⁴⁵

Acompanhe o seguinte exemplo simples:

Um trem movendo-se em linha reta a uma velocidade v passa defronte a uma estação. Nesse momento um passageiro em seu interior atira um projétil ao longo do vagão, no sentido de seu deslocamento, com velocidade v_1 em relação ao trem. Qual a velocidade w do projétil medida por um observador parado na plataforma? Pelo teorema da adição das velocidades, devemos somar a velocidade do projétil à do trem, e com isso verificamos que $w = v + v_1$.

Considere, no entanto, que em vez do projétil o passageiro projete um raio de luz (na mesma direção em que o trem se move). Desprezando-se o pormenor de que a velocidade-limite é a da luz no vácuo, a velocidade do raio de luz em relação ao trem — e ao passageiro — é c , (aproximadamente 300.000 km/s). Qual seria, portanto, sua velocidade em relação à plataforma?

Pelo mesmo teorema, substituímos v_1 por c na equação anterior, e obtemos: $w = v + c$. Isto é, o passageiro no trem veria a luz deslocar-se à velocidade c ; mas para o observador na plataforma a luz estaria se deslocando a uma velocidade superior a c .⁴⁶

Observar-se-iam então valores diferentes para a velocidade da luz, mas tal resultado simplesmente contraria o princípio da relatividade, pois c , como descrita pela teoria de Maxwell, constitui-se numa constante universal, numa lei física estabelecida, e deveria, de acordo com esse princípio, ter o mesmo valor em qual-

⁴⁴ Um exemplo dado pelo próprio Einstein diz que, se uma pessoa pudesse ser acelerada até a velocidade da luz, não veria a própria imagem no espelho, pois a luz jamais chegaria ao espelho para criar o reflexo — o que permitiria à pessoa saber que estava se movendo à velocidade da luz.

⁴⁵ Sazonov, A. [2008].

⁴⁶ V. o apêndice matemático “A equação de onda eletromagnética e as Transformações de Galileu”.

quer sistema de referência inercial — no exemplo dado, a estação e o trem, respectivamente —, ou seja, obedecer também ao mesmo princípio.

Note o leitor que esta era uma questão de impasse: dever-se-ia abandonar o princípio da relatividade, natural e simples e que parecia descrever corretamente as leis da Mecânica, mas que parecia não incorporar as do Eletromagnetismo? Por que o princípio da relatividade valeria apenas para algumas e não para todas as leis da Física? Ou o caminho seria abrir mão da simplicidade da lei da propagação da luz no vácuo, substituindo-a por outra mais complicada?⁴⁷

Tal incompatibilidade levaria ao abandono do princípio da relatividade, mantendo-se a lei da constância de c no vácuo. Neste ponto, porém, Einstein mantém tanto o princípio da relatividade quanto a lei da propagação da luz no vácuo, conciliando-os! Conforme suas próprias palavras: “Essa aparente incompatibilidade foi deduzida por um raciocínio que tomou emprestadas da Mecânica Clássica duas hipóteses que nenhuma razão justificava. Tais hipóteses são: 1) O intervalo de tempo entre dois eventos não depende do estado de movimento do corpo de referência; e 2) A distância não depende do estado de movimento do corpo de referência”; em outras palavras: o tempo e o espaço, de acordo com a mecânica clássica, não sofrem qualquer alteração em decorrência do movimento. Isto nos parece natural, está de acordo com o que se pode observar em nosso cotidiano: quem, no interior de um veículo movendo-se em alta velocidade, já observou o tempo e o espaço serem alterados?

Einstein, porém, mantendo o princípio da relatividade e admitindo c como constante universal, descartou as duas hipóteses referidas da física clássica e reformulou o teorema da adição das velocidades que, até então considerado correto, a partir da relatividade especial passou a ser visto em sua forma clássica como arbitrário, desaparecendo com isso a incompatibilidade entre ambos os postulados: a nova visão do mundo consistia numa mudança da noção acerca do tempo e do espaço.⁴⁸

A conclusão, ainda que pouco clara, é: se a velocidade da luz se mantém inalterável em qualquer sistema inercial (o trem em movimento uniforme, a plataforma em repouso), o **tempo** e o **espaço** deverão sofrer as conseqüências dessa inalterabilidade.

Veja: a velocidade de um corpo é igual a distância percorrida dividida pelo tempo gasto ($V = d \div t$). Se uma das variáveis se mantém fixa, as demais deverão ajustar-se. Se, nessa equação $V = c$, sendo c constante em todos os sistemas de referência, d e t (espaço e tempo) forçosamente se ajustarão.

Tempo e espaço são **distorcidos** para que a luz mantenha sua velocidade inalterada em qualquer sistema inercial, ou seja: em quaisquer sistemas inerciais

⁴⁷ Reveja as três possibilidades descritas na pg. 35. Textualmente conforme Einstein, A. [1916], Primeira Parte, 7: “Diante deste dilema parece inevitável abrir mão ou do princípio da relatividade, ou da simplicidade da lei da propagação da luz no vácuo”.

⁴⁸ V. o apêndice matemático “Teorema relativístico da soma das velocidades”.

que se movem uns em relação aos outros, o tempo entre dois eventos e a distância entre dois pontos **dependem do seu estado de movimento**.

Trata-se de uma noção que só contraria o senso comum porque a variação do tempo e do espaço é perceptível apenas a velocidades que nunca experimentamos, já que os sistemas inerciais com que estamos familiarizados nem são ideais, pois não desenvolvem um movimento absolutamente uniforme, nem são rápidos o suficiente para que se percebam efeitos relativísticos.

Assim, se nos acostumamos à noção (enganosa) de um tempo igual para todos e de um espaço absoluto é porque, apesar da mudança profunda introduzida pela relatividade especial, tal mudança só é significativa em condições muito específicas, ou seja, nos sistemas inerciais que se movem com velocidades comparáveis à da luz.⁴⁹

DECORRÊNCIAS⁵⁰

Efeito sobre o tempo

A questão da simultaneidade

No tempo absoluto de Newton a noção de simultaneidade era universal. Dois eventos vistos como simultâneos por um observador seriam igualmente simultâneos para qualquer outro, noção que ainda hoje nos é imposta pelo senso comum. Tal noção, contudo, está em desacordo com o que diz a relatividade especial, e para demonstrá-lo aduzimos um exemplo bastante simples e de fácil compreensão (porém, na seção **Contração do Comprimento**, apresentaremos um exemplo mais elaborado, que conduz a um surpreendente paradoxo).

Vamos considerar dois observadores, Ana e Paulo, e dois referenciais inerciais, um em repouso em relação à Terra, a via férrea; e o outro em movimento, um trem que passa por ela em velocidade constante no sentido **A-B** (fig. 9).

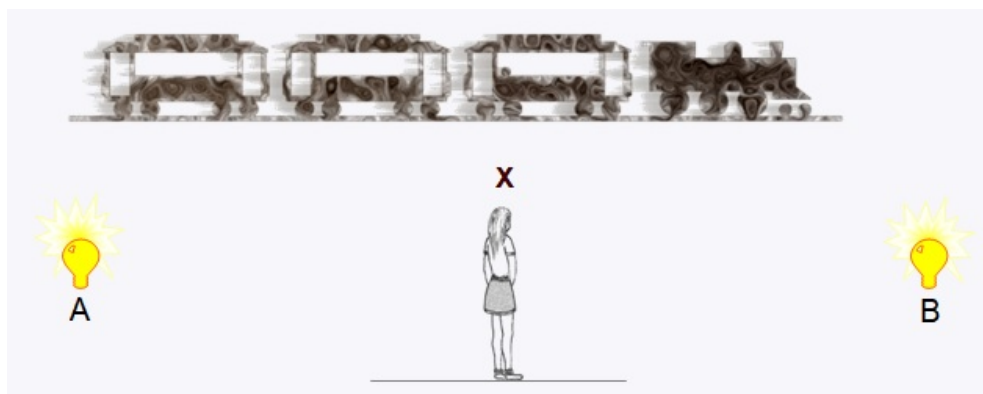


Fig. 9. Simultaneidade

⁴⁹ V. o apêndice matemático “Velocidades significativas em relação a c ”.

⁵⁰ V. o apêndice matemático “Consequências das transformações de Lorentz”.

Ana é a observadora estacionária à margem da via férrea, estando defronte ao ponto **X**, equidistante de duas lâmpadas situadas nos pontos **A** e **B**.

Paulo encontra-se no referencial em movimento, o trem.

Ao passar, a composição aciona um dispositivo, emitindo um sinal eletromagnético que, no referencial em repouso da via férrea, alcança simultaneamente os sensores **A** e **B**, acendendo as respectivas lâmpadas.

Nesse exato instante estão alinhados com o ponto **X** o dispositivo e ambos os observadores. Temos portanto que, no momento em que o dispositivo é acionado e as lâmpadas acendem, Ana e Paulo se encontram equidistantes de **A** e de **B**.

Ana perceberá, portanto, os dois flashes brilharem ao mesmo tempo.

Pergunta-se: Paulo, no trem, verá o brilho dos *flashes* ao mesmo tempo?

Paulo está em movimento (o trem se move em relação ao leito da via férrea), deslocando-se no sentido **B** e afastando-se de **A**. Assim sendo, a luz que vem de **B** será percebida antes daquela que vem de **A**.

Não é difícil concluir que um outro observador, nas mesmas condições, movendo-se porém de **B** para **A**, veria a luz oriunda de **A** em primeiro lugar. Também para este os eventos observados não seriam simultâneos, tampouco o *flash* **B** pareceria brilhar antes.⁵¹

É, no entanto, importante destacar que se a simultaneidade é relativa, a causalidade é um fenômeno absoluto: para todos os observadores os efeitos serão sempre precedidos de suas causas. No exemplo citado, vimos que ao passar pelo ponto **X** o trem aciona um dispositivo que emite um sinal eletromagnético fazendo acender as lâmpadas. Para quaisquer observadores, o acionamento do dispositivo sempre precederá o acendimento das lâmpadas.

A dilatação do tempo

O teorema da adição de velocidades de Galileu está em conformidade com a noção de tempo absoluto, que se encontra no cerne da teoria de Newton. Assim, entre dois sistemas inerciais em diferentes estados de movimento uniforme (digamos **S** em repouso e **S'** movendo-se), as velocidades de dois corpos que se deslocam são somadas apresentando o mesmo resultado, o que significa que o tempo desses eventos é o mesmo em qualquer referencial.⁵²

Porém a relatividade especial nos mostra que há uma diferença real no tempo de duração de um evento em referenciais inerciais com diferentes estados de movimento uniforme.

O aparato da figura 10 é uma espécie de relógio: um relógio simples de luz formado por dois espelhos, sendo que no espelho de baixo temos um emissor de fótons. O fóton projetado verticalmente contra o espelho de cima reflete de volta em direção ao espelho de baixo, gastando uma unidade de tempo — **1 ut** — para percorrer essa trajetória.⁵³

⁵¹ V. o apêndice matemático “Calculando a distância entre as lâmpadas”.

⁵² V. o apêndice matemático “A luz em referenciais em movimento”.

⁵³ Para termos um aparato viável (mesmo num experimento mental), essa **ut** poderá ser de 1×10^{-8} segundo.

O relógio está montado num vagão em movimento (S'). Sobre o vagão encontra-se Paulo, que se mantém em repouso em relação ao relógio e vê o percurso vertical do fóton ocorrer durante uma ut. Imaginemos, no entanto, que o vagão passa em alta velocidade por Ana que, parada na plataforma, observa o mesmo relógio. Como Ana verá essa experiência? (fig. 11)

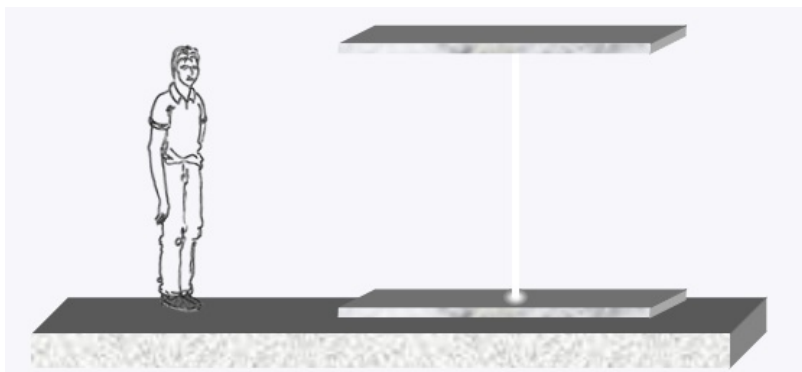


Fig. 10. Relógio de luz

Nota-se que para Ana o relógio está se deslocando, e se os espelhos se movimentam o fóton terá de fazer um trajeto oblíquo para refletir no espelho de cima e retornar ao de baixo durante uma ut — percorrendo portanto uma distância maior. Como a velocidade da luz é inalterável, isto é, o fóton não vai fazer mais rapidamente essa distância maior na mesma unidade de tempo, conclui-se que é essa unidade de tempo que se torna maior. Para Paulo, o tempo no vagão transcorre normalmente, mas em relação a Ana o tempo se dilata.⁵⁴

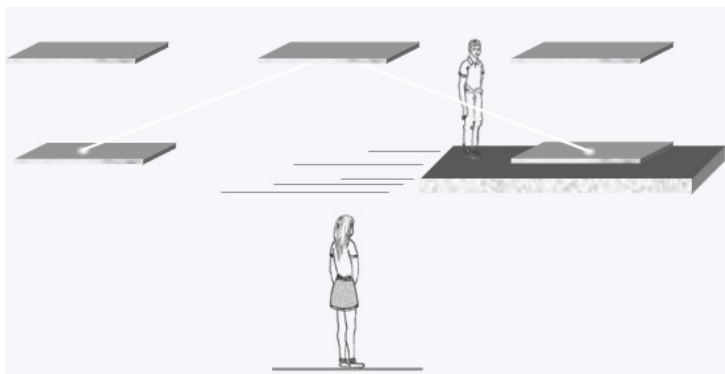


Fig. 11. Dilatação do tempo

Parece claro que quanto mais rápido esse relógio se movimentar, maior será a inclinação do trajeto, portanto maior o percurso (em relação a Ana) que o fóton

⁵⁴ V. o apêndice matemático “O relógio de luz”.

terá de fazer para se manter entre os dois espelhos, e, conseqüentemente, maior a dilatação dessa mesma unidade de tempo.

O que aconteceria se o relógio pudesse ser acelerado à velocidade da luz? Se assim fosse, para completar seu “tique-taque” (ir ao espelho de cima e refletir na direção do espelho de baixo) o fóton deveria alcançar um espelho que se desloca à mesma velocidade c , donde se conclui que o fóton jamais completaria seu percurso e a unidade de tempo ter-se-ia dilatado infinitamente. Isto nos leva à surpreendente conclusão de que à velocidade da luz o tempo pára (ou, em outras palavras, nenhum corpo dotado de massa pode alcançar a velocidade da luz).

O paradoxo dos gêmeos

O exemplo dado no parágrafo anterior nos remete ao famoso **paradoxo dos gêmeos**, formulado por Paul Langevin.⁵⁵

Vamos imaginar que Paulo e Ana são dois irmãos gêmeos, com vinte anos de idade. Ana, que é astronauta, vai fazer uma viagem interestelar até uma estrela a 30 anos-luz de distância, numa espaçonave voando a uma velocidade igual a 0,999 da velocidade da luz (o que equivale a ~ 299.492 km/s), enquanto seu irmão Paulo, que é jardineiro, permanece sossegado na Terra cuidando do jardim. Devido ao efeito da contração do espaço e da dilatação do tempo em decorrência da velocidade desenvolvida pela astronave, no sistema de referência de Ana passar-se-iam entre a partida e o regresso cerca de dois anos e oito meses e meio; estaria, portanto, com pouco menos de 23 anos de idade ao pousar na Terra, mas iria encontrar Paulo com 80: aqui ter-se-iam passado 60 anos.^{xxii}

Mas de acordo com o que foi dito ao abordarmos o primeiro postulado de Einstein, Ana — na sua astronave — pode-se considerar em repouso e a Terra em movimento, afastando-se da nave à velocidade descrita. De acordo com seu ponto de vista, portanto, para seu irmão ter-se-ia passado apenas um ano e cinco meses aproximadamente, logo seria ele a estar mais jovem quando se reencontrassem, o que no entanto não ocorre. Por que, pois, somente para Paulo o tempo passará mais rapidamente, de forma que ao regressar Ana irá encontrá-lo muito mais velho?

Façamos uma pausa para refletir: temos dois relógios **A** e **B** sincronizados. O relógio **A** afasta-se de **B** em alta velocidade, estando **B** em repouso (na Terra). Ao retornar, como efeito da dilatação do tempo, **A** estará atrasado em relação a **B**. No entanto, conforme o princípio da relatividade, **A** pode considerar-se em repouso e **B** em movimento, de forma que ao serem reunidos, o relógio **B** é que estará atrasado em relação a **A**. Ora, o relógio **A** não poderá estar ao mesmo tempo atrasado e adiantado em relação a **B**. Como resolver o paradoxo?

⁵⁵ Faremos aqui uma descrição simplificada do paradoxo dos gêmeos. Para uma abordagem técnica, v. Falciano, J. T. [2007]. Para uma descrição detalhada das complicações envolvendo a comunicação entre os gêmeos numa viagem como a que é descrita, v. Davies, P. [1999]. Ver também o complemento matemático “O Paradoxo dos Gêmeos”.

Na verdade o paradoxo é apenas aparente: conforme o princípio da relatividade, enquanto se mantiverem em movimento uniforme, os dois observadores (ou ambos os relógios) podem conservar seu ponto de vista pessoal quanto ao que está acontecendo, já que não há nenhuma maneira de ambos se comunicarem instantaneamente durante a viagem de forma que um saiba o que está acontecendo com o outro (do contrário o princípio da relatividade seria violado). Mas quando Ana desacelera a nave e muda a direção do vôo para voltar à Terra (ou quando o relógio **A** faz meia-volta e regressa), está também mudando de um referencial inercial para outro, e então toda a situação se altera, quebra-se a simetria entre ambos os observadores e o resultado é a percepção da diferença de tempo transcorrido para cada gêmeo, quando se reencontram — somente Paulo envelheceu 60 anos (somente o relógio **A** atrasou-se).⁵⁶

A confirmação experimental da dilatação do tempo só se deu em 1941 (trinta e seis anos após a publicação do artigo de Einstein), realizada por Bruno Rossi e David Hall, da Universidade de Chicago, com a partícula “múon”.

O múon é uma partícula que se forma a cerca de 9 km de altura, quando raios cósmicos altamente energéticos colidem com a atmosfera, e tem uma vida extremamente breve (2,2 milionésimos de segundo), suficiente para percorrer menos de um quilômetro. No entanto, deslocando-se a velocidades relativísticas, percorre uma distância muito maior e pode ser observado próximo à superfície do planeta, nas quantidades previstas pela relatividade especial, devido a sua meia-vida aumentada como efeito da dilatação do tempo.⁵⁷

Em 1941, B. Rossi e D. Hall queriam mostrar que múons mais rápidos vivem mais tempo. Instalando escudos de metal com diferentes capacidades de retenção para filtrar múons lentos, detectaram sua presença em duas altitudes diferentes usando contadores *gêiser* interconectados. Mostraram com isso que múons lentos desintegravam-se três vezes mais rapidamente que os rápidos.⁵⁸

Outras experiências comprovaram a dilatação do tempo decorrente da velocidade: em 1966, um grupo de físicos do CERN produziu múons artificialmente e injetou-os num tubo de vácuo em forma de anel, acelerando-os a 99,7% da velocidade da luz, e observaram sua meia-vida aumentada em doze vezes. Em 1978, noutra experiência desse tipo, aperfeiçoada, em que os múons foram acelerados a velocidades ainda mais próximas à da luz, produziu-se um aumento de sua meia-vida em vinte e nove vezes.

Já em outubro de 1971, J. C. Hafele, da Universidade de Washington, e Richard Keating conseguiram quatro relógios de césio — relógios, portanto, de grande precisão — com o U. S. Naval Observatory, onde Keating trabalhava. Sincronizados com outros relógios iguais que permaneceram em terra, os quatro foram embarcados em aviões para viagens ao redor do mundo, tanto no sentido leste-oeste, quanto no sentido oeste-leste. Na viagem para leste (de regresso aos Estados Unidos) — e apesar de a velocidade de um avião ser irrisória se compara-

⁵⁶ V. o apêndice matemático “O exemplo dos gêmeos igualmente acelerados”.

⁵⁷ V. o apêndice matemático “A viagem do múon”.

⁵⁸ Para uma descrição técnica de um experimento com múons, v. Fauth [2007].

da à da luz — os relógios a bordo acusaram um atraso médio de 59 nanossegundos⁵⁹ em relação aos relógios mantidos em laboratório; na viagem para oeste, os relógios adiantaram em média 273 nanossegundos. A diferença na viagem sentido leste-oeste (em que os aviões se deslocavam no mesmo sentido da rotação da terra) deve-se a que a rotação da terra também produz uma dilatação do tempo.⁶⁰

Estes são exemplos do “tempo local” descrito por Lorentz, o tempo do referencial em movimento, e mostram do ponto de vista de Einstein que esse conceito não é um artifício matemático, mas, sim, inerente à noção do tempo como algo que se mede através de relógios.

Uma viagem no espaço-tempo

O exemplo que se segue demonstra de outra forma o que já foi dito sobre a dilatação do tempo.

Um automóvel (fig. 12) viaja com velocidade v constante na direção **A**, sentido leste, chegando após certo tempo Δt ao limite do percurso (linha pontilhada). No entanto, se o automóvel, desenvolvendo a mesma velocidade constante v , seguir a direção **B** (sentido nordeste), levará um tempo (Δt_1) maior para atingir o limite determinado pela linha pontilhada. Por quê? Porque seu percurso foi maior? Sim, mas também pode-se dizer que no percurso **A** 100% da velocidade do automóvel se deu no sentido leste, enquanto ao longo do percurso **B** uma certa porcentagem da velocidade se dá na direção norte-sul, na qual antes era nula, fazendo com que o deslocamento no sentido leste sofresse igual perda de velocidade. Quanto mais inclinado for o percurso **B** para a direção norte-sul, mais tempo o carro gastará para atingir a linha pontilhada, pois mais lentamente estará andando no sentido leste. Se o percurso **B** for 100% no sentido norte-sul, jamais atingirá a linha pontilhada.^{xxiii}

O automóvel tem, portanto, liberdade para deslocar-se em duas dimensões, aqui definidas como leste-oeste e norte-sul.

A divisão do movimento entre diferentes dimensões está presente em todos os aspectos da física da relatividade especial. Ora, sendo o tempo uma quarta dimensão, conclui-se que todo movimento se dá também através dele.

Viu-se que quando um relógio se movimenta (sistema inercial S'), seu tempo se dilata em relação a um sistema em repouso (S), e se dilatará tanto mais quanto maior for a velocidade com que se movimentar. Tudo no universo viaja através do espaço-tempo a uma velocidade fixa: a velocidade da luz. Esta idéia surpreende, e para entendê-la é preciso recorrer à analogia com o automóvel do exemplo dado: se um corpo está em repouso em S , a totalidade de seu movimento é usada para se deslocar através de uma única dimensão, o tempo, da mesma forma que o automóvel no percurso **A** usava a totalidade de seu movimento numa única dimensão, a direção leste-oeste. À medida que um corpo acelera em relação a S , parte de seu movimento se divide entre a dimensão temporal e as dimensões espaciais, como o movimento do automóvel ao fazer o percurso **B** se dividia entre

⁵⁹ Um nanossegundo é igual a um bilionésimo de segundo.

⁶⁰ V. o apêndice matemático “O experimento dos relógios de césio”.

as dimensões leste-oeste e norte-sul. Ora, quanto mais rapidamente esse corpo se mover, maior a porcentagem de movimento através das dimensões espaciais, e menor através do tempo. Mais uma vez concluímos que, à velocidade da luz, quando 100% do movimento for gasto através das dimensões espaciais, o tempo pára, o que é mais uma vez uma forma de dizer que não é possível acelerar um corpo à velocidade da luz.⁶¹

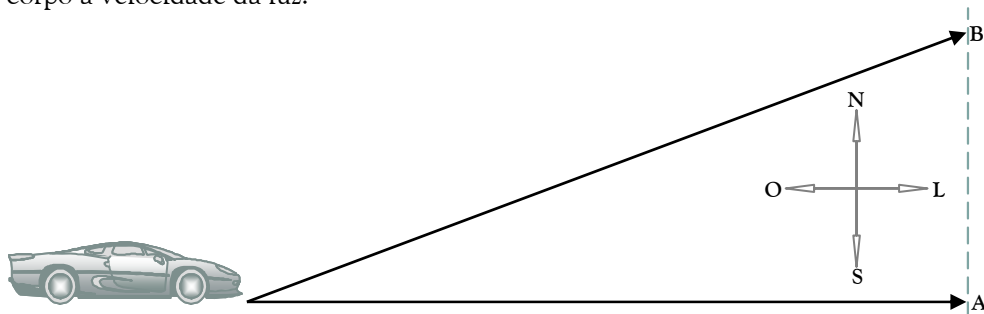


Fig. 12. Viagem no espaço-tempo

Contração do comprimento (I)

Tal como Fitzgerald e Lorentz afirmaram, o comprimento de um corpo em movimento sofre uma contração na direção de seu movimento. Tratava-se inicialmente de uma explicação *ad hoc*, porém em sua Teoria do Elétron Lorentz a estabelece através de um elaborado formalismo matemático, explicando o fenômeno como contração dos próprios componentes da matéria (isto é, dos átomos e partículas que a compõem).

Como não é possível distinguir um estado de repouso de um estado de movimento retilíneo uniforme por meio de qualquer experimento, seja eletromagnético, seja mecânico, e não estando o interferômetro de Michelson & Morley sujeito a aceleração (lembramos que a Terra é, com suficiente grau de aproximação, um sistema de referência inercial), não era de esperar qualquer efeito de defasagem nos feixes de luz — novamente, se algum efeito fosse mostrado o princípio da relatividade falharia, e a teoria estaria errada. No entanto, um observador em algum ponto afastado da Terra (que, em princípio, se encontra em movimento uniforme), veria todo o sistema — a Terra e o interferômetro, e não apenas parte dele — sofrer uma contração no sentido de seu movimento, não uma contração da matéria, mas do referencial em que ela se encontra. Logo, a contração dos corpos em movimento é uma decorrência natural dos dois pilares sobre os quais se sustenta a relatividade especial, o **princípio da relatividade** e a **invariância da velocidade da luz no vácuo**, e não da natureza da matéria.

A contração de um objeto no sentido de seu movimento, dita **contração de Lorentz**, decorre da noção de simultaneidade, como veremos neste exemplo:

⁶¹ Exemplo adaptado de Greene, B. [2001]. Para os absurdos que ocorreriam se um corpo com massa se movesse a uma velocidade maior que c , v. o apêndice matemático “O míssil mais veloz que a luz”.

Paulo viaja em velocidade relativística, e passa por uma plataforma espacial onde Ana, que se acha estacionária, perceberá uma redução no comprimento de sua espaçonave. Dispondo de um instrumento preciso de medida, poderá medir esse comprimento e confirmar que ela está mais curta. Tal contração é mais acentuada quanto maior a velocidade desenvolvida (p. ex., a 0,99 da velocidade da luz, a espaçonave estaria reduzida a 0,141 [portanto, menos de dois décimos] de seu comprimento: se a nave medisse 20 metros, aparentaria agora 2,82 metros). Paulo, contudo, não percebe nada de anormal, sendo ele quem vê a plataforma mais curta.

Temos então um paradoxo: cada observador vê que é o outro referencial que está contraído!⁶²

Vamos introduzir algumas complicações neste exemplo: Paulo vai pousar e deverá levar sua nave (que mede L de comprimento) a um hangar. O hangar que lhe foi designado possui uma sala de triagem comprimento $L + \delta L$,⁶³ de forma que a nave cabe quase precisamente naquele espaço. A sala de triagem possui portas corrediças, uma de entrada e outra de saída, que estão programadas para se fecharem e abrirem rapidamente, e ao mesmo tempo, no instante em que a nave estiver em seu interior: as portas se fecham, em frações de segundo a triagem é feita através de sensores, e então as portas se abrem e a nave passa para o hangar.

Ana dirige-se à sala de triagem para observar a manobra de pouso. De seu referencial ela vê Paulo aproximar-se da porta nº 1 com uma velocidade v e percebe que a nave sofreu uma contração, cabendo naquele espaço com uma certa folga; em seguida as portas corrediças se fecham simultaneamente sem qualquer problema (fig. 13-a). Lembrando-nos de que qualquer um dos observadores pode considerar-se em repouso e afirmar que é o sistema de referência do outro que se move, Paulo, a partir de seu referencial, vê que é a sala de triagem (onde Ana se encontra) que se desloca em sua direção com velocidade $-v$, e percebe que a mesma está contraída: agora a nave já não cabe em seu interior — quando entrar, as portas corrediças se fecharão, decepando-lhe a cauda e o bico (fig. 13-b).

Já que a realidade física só pode ser uma, a saber, que a nave cabe na sala de triagem e passa por ela sem sofrer qualquer dano, como se explica que cada um dos observadores perceba situações drasticamente diferentes?

Na verdade não há um paradoxo: note inicialmente que estamos falando de comprimentos relativos, e não absolutos, por isso a nave cabe na sala; em seguida devemos nos lembrar de que a noção de simultaneidade não se aplica a ambos os referenciais: as duas portas se fecham simultaneamente no referencial de Ana. No referencial de Paulo as portas não se fecham simultaneamente, portanto não cortam a cauda e o bico da nave.

⁶² V. o apêndice matemático “A contração de Lorentz”.

⁶³ A diferença δL é mínima, introduzida aqui apenas para que nave não venha a “colidir” com as paredes do hangar.

Por último, considerando o efeito relativístico da contração dos comprimentos em sua forma extrema, se a nave guiada por Paulo atingisse a velocidade da luz teria comprimento zero, o que mais uma vez significa dizer que para qualquer corpo é impossível atingir tal velocidade.

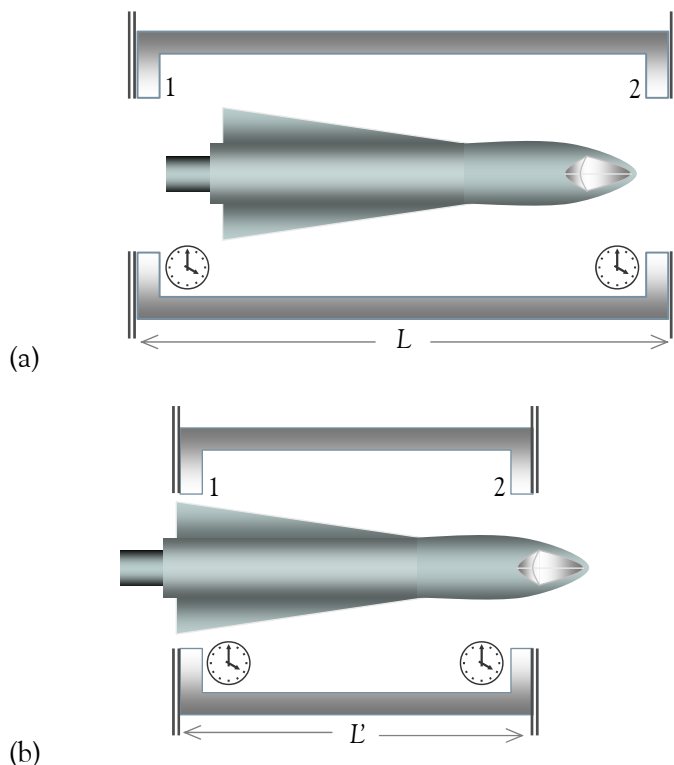


Fig. 13. Paradoxo do comprimento

Para entender melhor, considere os sistemas $S=Oxyz$ (em repouso) e $S'=O'x'y'z'$ (em movimento uniforme) da figura 14. Suponhamos que um observador em S queira medir o comprimento $A-B$ situado sobre $O'x'$. Para isso utiliza uma régua segundo o eixo Ox (estacionário), e percebe que as divisões a e b da régua se encontram respectivamente em frente aos pontos A e B em relação a seu sistema (S), o que significa que em S $a-b=A-B$. Como não há simultaneidade entre os dois sistemas, um observador em S' não verá as divisões a e b da régua simultaneamente em frente aos pontos A e B , ou seja, o valor achado para $A-B$ pelo observador de S não é o mesmo observado em S' . Isto significa que o observador situado em S mede uma contração no comprimento $A-B$ do sistema S' , embora um observador em S' não perceba nada de anormal. Se o comprimento $A-B$ for um objeto físico, por exemplo, não será a matéria do objeto que se contraiu, mas sim toda a região do espaço-tempo em que se encontra o sistema S' .

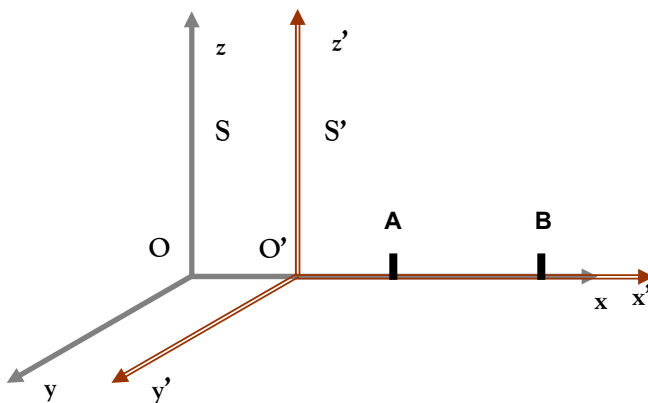


Fig. 14. Contração do comprimento (I)

Contração do comprimento (II)

A contração dos corpos na direção de seu movimento, contudo, constitui-se num fenômeno de características inesperadas e não como o leitor pode ser induzido a imaginar, tendo em vista a maneira como algumas publicações didáticas abordam o tema.

A figura 15 mostra um automóvel que, correndo a uma velocidade próxima de c , se vê contraído para a metade de seu tamanho próprio quando em repouso.

Será mesmo assim que se observa tal fenômeno?

A análise a seguir revela que essa visão simplista é inteiramente incorreta, conforme mostrado por J. Terrel,⁶⁴ e que se torna necessário fazer uma distinção entre “ver” e “medir”.⁶⁵

A imagem de um objeto extenso é formada por feixes de luz que chegam ao mesmo tempo nos olhos do observador (ou no sensor de uma câmera fotográfica), mas que partiram em instantes diferentes, conforme sejam os pontos mais próximos ou mais distantes do objeto. Devido ao movimento, não temos uma representação instantânea desse objeto, mas uma imagem distorcida da posição de diferentes pontos em diferentes instantes. Para um corpo que se mova a baixa velocidade esse efeito é imperceptível, mas não para velocidades apreciáveis em relação a c .

Para objetos que subentendem um ângulo visual pequeno (objetos muito distantes), a contração de Lorentz-Fitzgerald corrige uma distorção que apareceria se ela não existisse e fornece uma visão do objeto com sua aparência normal, sofrendo apenas o efeito equivalente a uma rotação.

Vamos considerar um cubo cuja medida de comprimento da aresta vale **1**, que se move com velocidade v e é observado de grande distância (o que implica num ângulo visual pequeno e raios de luz quase paralelos) a partir de uma direção perpendicular ao movimento (fig. 16-a). Os pontos da face **A'B'C'D'** são equidistantes

⁶⁴ Terrel, J. *Phys. Rev.*, **116**, 1041 [1959].

⁶⁵ Esta seção baseia-se em Nussenzweig [1998], do qual se extraiu o exemplo do cubo, e em Cavalcanti & Ostermann [2007]. Para detalhes técnicos, ver esses autores.

tantes do observador, que a vê como um quadrado de lado igual a **1**. Já para a face **A'B'E'F'**, perpendicular a v , a luz da aresta **E'F'** deixou o cubo $1/c$ segundo antes da luz proveniente de **A'B'** para alcançar o observador ao mesmo tempo. Deixou, portanto, o cubo quando **E'F'** estava na posição **E''F''** (fig. 16-a), uma distância v/c para trás, de forma que a face **ABEF** aparece como um retângulo de altura **1** e base v/c (fig. 16-b). O resultado é uma visão em perspectiva de um paralelepípedo alongado. Ao se contraírem, os lados **AD** e **BC** serão vistos em **S** com um comprimento ligeiramente menor do que **1**, sem alterar a visão da face **ABEF** transversal ao movimento. O resultado será a imagem em perspectiva de um cubo que sofreu uma rotação de um ângulo θ (fig. 16-c).^{xxiv}

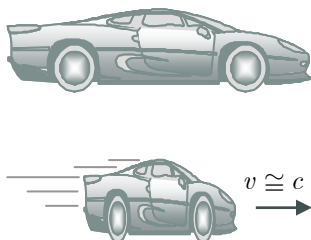


Fig. 15. Um carro muito veloz...

Um outro exemplo é o de uma barra de comprimento L e dimensão transversal desprezível que se encontre em repouso ao longo do eixo x no sistema **S'**. O sistema **S'** move-se a uma velocidade v em relação a **S** na direção y (logo, a barra se move no sentido transversal), sendo que em **S** um observador está situado a uma altura h e vê a barra em movimento. A forma como a barra é vista pelo observador dependerá da velocidade com que se move, mais exatamente da relação v/c , e essa forma será a de uma hipérbole, mais acentuada quanto mais rápido for esse movimento. Contudo, se a barra estiver a uma grande distância do observador, subtendendo um ângulo visual pequeno, ela será vista não como uma hipérbole, mas sim como uma barra retilínea rotacionada de um certo ângulo θ !⁶⁶

O fenômeno da contração de um corpo na direção de seu movimento é assim descrito por Nigel Calder:⁶⁷ “Imagine, por exemplo, uma espaçonave passando pela Terra no sentido leste-oeste, com uma velocidade próxima à da luz. Aponte seu telescópio e você verá a nave vindo em sua direção, mas de popa! Agora a aberração é tão grande que a luz que deve penetrar em seu telescópio sob o ângulo correto tem que ser emitida pela nave quase exatamente para trás. (...) se você dirigir o telescópio verticalmente, para cima, a fim de ver a nave no momento de sua maior aproximação, verá a popa apontando para você. Em vez de estar com a proa na direção de sua trajetória, em torno da Terra, a nave parecerá dirigir-se da Terra para o espaço. (...) a razão é que a luz captada pelo telescópio foi emitida

⁶⁶ Em Cavalcanti & Ostermann [2007] são mostrados exemplos de como outras formas geométricas em movimento relativístico são vistas, com o desenvolvimento matemático pertinente.

⁶⁷ Calder, N. [1980].

pela nave em parte em direção da popa, para compensar a aberração”. Aqui o autor também ressalta a visualização do corpo rotacionado.

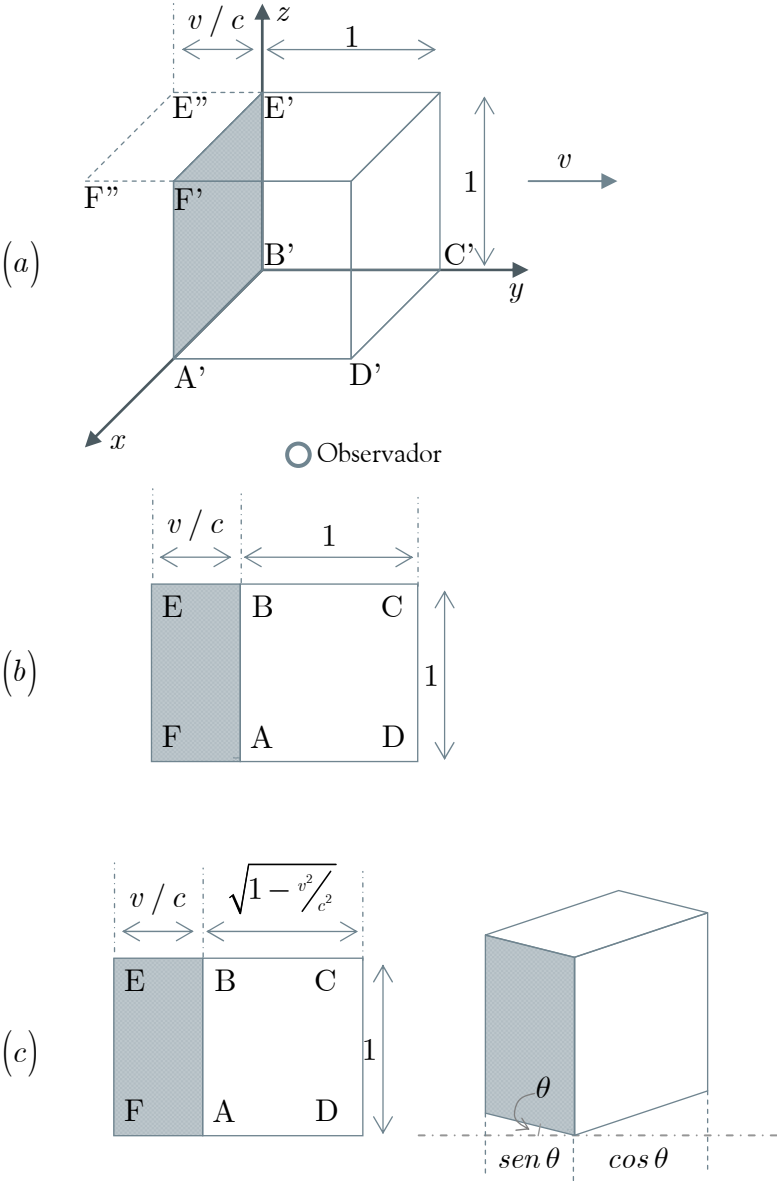


Fig. 16. Como se vê um cubo em movimento relativístico

Aumento de massa

Como vimos, pela segunda lei de Newton⁶⁸ a força resultante sobre um corpo é igual ao produto de sua massa pela aceleração adquirida:

$$\text{Força} = \text{massa} \times \text{aceleração}$$

Essa equação nos diz que, à medida que aumentamos a força aplicada sobre um corpo, aumentamos sua aceleração. Vamos imaginar, no entanto, que uma partícula de massa m em repouso sofra a ação de uma força constante F por um período t de tempo. Em um instante t , a partícula terá adquirido uma velocidade v , de tal forma que:

$$\text{massa} \times \text{velocidade} = \text{Força} \times \text{tempo}$$

Se t tende para o infinito, a quantidade de movimento^{xxv} também tende ao infinito.

Veja no gráfico a seguir (fig. 17), que relaciona *momento e velocidade*, que, de acordo com a física newtoniana, não há limite para a aceleração de um corpo (linha traço-ponto-traço), o qual pode alcançar velocidades superiores à da luz (linha tracejada horizontal).

Mas segundo a relatividade especial não é possível a um corpo dotado de massa atingir a velocidade da luz (ou seja, a velocidade v da partícula em questão não pode chegar a c), portanto a aceleração imprimida fará com que ele alcance velocidades que se aproximam mas nunca se igualam a c (curva em linha cheia).

Pela teoria de Newton, aumentando ilimitadamente a força, aumentar-se-ia ilimitadamente a aceleração de um corpo. Como a relatividade especial nos diz que se aumentarmos ilimitadamente a força, a velocidade de um corpo tenderá para um certo limite (igual à velocidade da luz) mas sem atingi-lo, conclui-se que algo mais na equação acima passa por algum tipo de alteração: a massa. Em resumo, diz-se que à medida que se acelera um corpo, fazendo com que ele se desloque cada vez mais rapidamente, sua massa — e sua inércia — aumentam.

Se a idéia de massa sugere ao leitor “quantidade de matéria”, é justo perguntar: como pode variar a quantidade de matéria de um objeto que é acelerado?

Se entendermos quantidade de matéria como o número de átomos (ou de partículas) que compõem um objeto, veremos que tal definição não serve como sinônimo de massa. Lembrando o conceito de *inércia*, sabemos que é mais fácil acelerar uma bola de boliche do que uma locomotiva, pois a bola possui menos inércia — ou seja, menos resistência à alteração de seu estado de movimento (razão pela qual a bola de boliche e a locomotiva em queda livre no vácuo caem com a mesma aceleração).

Nestes termos descreve-se a chamada *massa inercial*, e é da massa inercial e da força aplicada a um corpo que depende sua aceleração. Dizer que um objeto sofre um aumento de massa ao ser acelerado não significa que aumente o número de partículas que o compõem, mas que cada partícula terá sua massa aumentada,

⁶⁸ Nota *iii*, ao fim do livro.

e assim quanto maior a energia consumida para acelerá-lo, cada vez menores serão os ganhos em velocidade à medida que essa velocidade se aproxima de c , tornando-se mínimos em comparação com a energia empregada. Daí dizer-se também que à velocidade da luz o objeto teria massa infinita (o que, novamente, significa que não é possível acelerar um corpo dotado de massa à velocidade da luz).

Um dado histórico importante é que a idéia de um aumento de massa dos elétrons em movimento já ocorrera a diversos físicos, baseada em cálculos que se apoiavam nas equações de Maxwell. Como exemplo podemos citar experimentos realizados por Philip Lenard a partir de 1898 com partículas beta (β) muito velozes ($0,3c$), nas quais observou o aumento da massa de elétrons com o aumento da velocidade. Igualmente, em 1901 o físico alemão Walter Kaufmann iniciou uma série de experiências medindo a relação carga/massa de elétrons em raios β com velocidade entre $0,8c$ e $0,9c$, da mesma forma observando aumento de massa. Em 1906, após experimentos mais refinados, Kaufmann anunciou resultados que indicavam a dependência entre a massa e a velocidade, mas seus dados não estavam de acordo nem com as previsões de Lorentz, nem com as de Einstein (que eram idênticas): “As medidas são incompatíveis com os postulados de Lorentz-Einstein”.⁶⁹

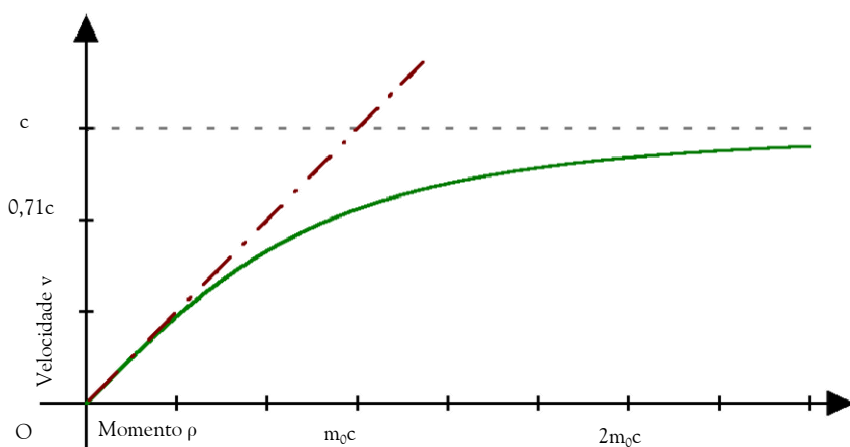


Fig. 17. Velocidade x Momento

Em 1906 Einstein comentou sobre o fato também nos *Annalen der Physik*, e em 1907 admitiu, num artigo sobre a relatividade especial, que havia pequenas mas significativas diferenças entre suas previsões e os resultados obtidos por Kaufmann, reconhecendo que dadas as dificuldades do experimento poder-se-ia considerar a concordância de tais resultados como satisfatória, mas contrapondo: “(...) se há um insuspeitado erro sistemático ou se os fundamentos da teoria da

⁶⁹ Kaufmann, W. [Annalen der Physik, 19, 1906].

relatividade não correspondem aos fatos, é algo que só se poderá decidir fundamentalmente quando houver disponibilidade de amplo e variado material colhido em observações”.

Lorentz mostrou-se decepcionado com a refutação de sua teoria, porém Planck e Röntgen opinaram que os resultados obtidos por Kaufmann não constituíam uma refutação definitiva.

Diversos pesquisadores, nos anos seguintes, teriam feito experimentos similares mas seus resultados permaneciam inconclusivos até que, cerca de quase uma década depois, os físicos Charles E. Guye e Lavanchi obtiveram (1916) dados favoráveis à teoria da relatividade.

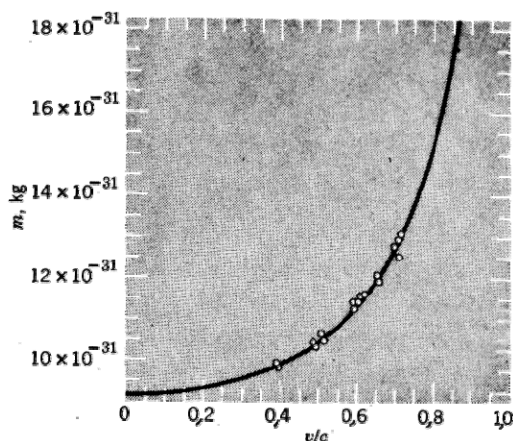


Fig. 18. Aumento de massa do elétron

Este gráfico mostra como cresce a massa de um elétron à medida que sua velocidade v aumenta em relação a um observador, segundo a expressão abaixo.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

A linha cheia mostra que a curva tende ao infinito quando v tende a c .

Os pontos decorrem de valores experimentais obtidos por Bucherer e Neumann em 1914 (*Annalen der Physik*, p. 529, vol. 45).

Em 1908, contudo, deu-se a primeira confirmação dessa previsão num experimento feito por Bucherer (fig. 18), no qual se verificou que a relação E/m da carga do elétron para sua massa era menor para elétrons mais velozes do que para elétrons mais lentos.^{xxvi}

Massa x Energia

O aumento de massa abordado na seção anterior resulta do intercâmbio entre massa e energia, como veremos agora ao introduzirmos o conceito de massa de repouso. A massa de repouso equivale à massa inercial clássica: é a massa de um corpo medida em um referencial inercial S' no qual o corpo encontra-se em repouso. Se considerarmos que S' move-se em relação ao referencial S com uma velocidade v , a massa do referido corpo medida a partir de S já não será a massa de repouso pois o corpo não se encontra em repouso em relação a S : essa massa terá sofrido uma variação, ou seja, o corpo terá sua massa aumentada.⁷⁰

O segundo artigo, que conclui a formulação da teoria que se tornou conhecida como *relatividade especial* (ou *restrita*), intitula-se “A inércia de um corpo depen-

⁷⁰ V. o apêndice matemático “Massa relativística”.

de de seu conteúdo de energia?”, e foi publicado três meses depois de “Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento”. Nele, Einstein trata da relação existente entre massa e energia⁷¹ imaginando um “experimento de pensamento” no qual um corpo, em repouso num referencial S , emite ao mesmo tempo dois pulsos de luz de igual intensidade e em sentidos opostos (fig. 20). Como cada pulso possui igual energia (digamos, $E/2$) e *momentum* linear, a energia cinética é nula e o corpo permanece em repouso. Pelo princípio da conservação, a energia inicial do corpo (E_0) diminui de uma quantidade igual à transportada pelos pulsos luminosos, donde que a energia final contida no corpo é igual a $E_1 = E_0 - E$.

Introduzimos agora um sistema S' , de eixos paralelos aos de S , e que se move a uma velocidade v no sentido positivo do eixo x . Em relação a um observador situado em S' , o corpo possui energia cinética tanto antes quanto depois da emissão. Qual será a energia dos pulsos luminosos medida a partir de S' ? A conclusão é a de que corresponde à energia cinética (não-relativística) de uma porção de massa equivalente a E/c^2 , ou seja, se um corpo perde energia E em forma de radiação, sua massa diminui de uma quantidade igual à energia total (E) da radiação, dividida pelo quadrado da velocidade da luz, $m = E \div c^2$, ou, como a equação ficou mais conhecida:⁷²

$$E = mc^2.$$

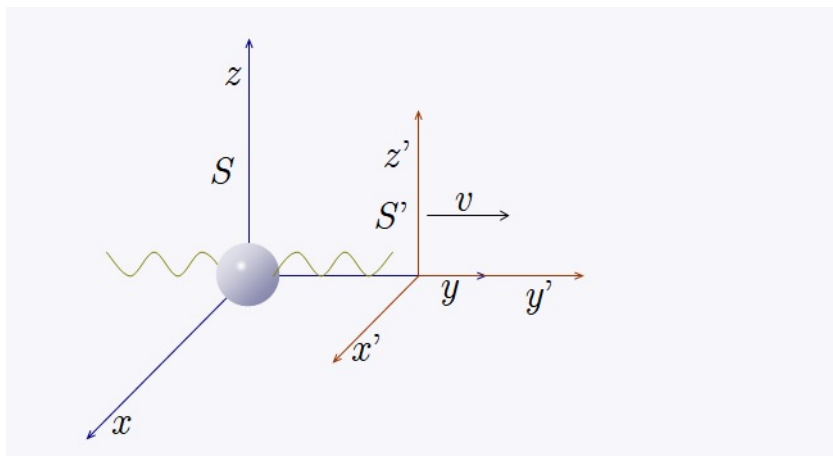


Fig. 19. Equivalência Massa-energia

⁷¹ Convém, no entanto, chamar a atenção do leitor para a terminologia utilizada aqui: não é exato que massa e energia sejam equivalentes e que uma se transforme na outra, como se pode encontrar em diversas publicações sobre o tema. Um exemplo, dentre outros, muitas vezes citado é quando um elétron e um pósitron (ou anti-elétron) entram em contato e se aniquilam mutuamente produzindo fótons de radiação γ . O correto será dizer que houve transformação de matéria em radiação. Antes da aniquilação havia matéria, após já não há matéria, mas radiação, o que leva à conclusão de que houve conversão de massa em energia. Deve-se contudo enfatizar que matéria possui massa e radiação possui energia, porém matéria não é massa assim como radiação não é energia.

⁷² V. o apêndice matemático “A equação mais famosa da física”.

A equação nos diz, p. ex., que a quantidade de energia que se pode extrair de uma porção de matéria (quando toda ela é convertida em radiação) é igual ao produto da massa pela velocidade da luz elevada ao quadrado. Como c^2 corresponde a um valor muito elevado (89.875.517.873.681.764), conclui-se que da matéria podem-se obter vastas quantidades de energia.

Einstein finaliza seu artigo de apenas três páginas com a seguinte nota: “Não é impossível que tomando em conta corpos cujo conteúdo energético é altamente variável (tais de rádio), a teoria possa ser submetida a teste com bom resultado”.⁷³

Do exposto compreende-se de onde decorre o aumento de massa de um corpo em movimento: para ser posto em movimento, o corpo requer que lhe seja aplicada uma força — que corresponde a uma certa quantidade de energia, correspondendo a energia aplicada à variação da massa. Compreende-se também por que se torna impossível acelerar qualquer corpo provido de massa à velocidade da luz: quanto mais se aplica energia para obter aceleração, mais essa energia produz o aumento de massa do corpo, sendo portanto cada vez menor o ganho em velocidade.

Nas bombas nucleares a conversão de matéria em radiação ocorre a partir ou da fissão nuclear (isto é, quebra de átomos pesados de urânio em átomos menores, como nas bombas atômicas), ou da fusão nuclear (conversão do hidrogênio em hélio), processos que afetam drasticamente o núcleo atômico. A quantidade de matéria que se consome é no entanto muito pequena: na explosão de uma bomba atômica, consome-se apenas cerca de 0,7% do total do urânio utilizado. A energia obtida na queima de um combustível qualquer implica também numa consumição de matéria, mas neste caso em quantidades ainda mais ínfimas e através de um processo que não afeta o núcleo dos átomos.

É, porém, no interior das estrelas que encontramos os melhores e mais extraordinários eventos de conversão de matéria em radiação (energia): tomando como exemplo o Sol, a luz e o calor que chegam à Terra é parte da energia produzida pela fusão em seu núcleo envolvendo 657 milhões de toneladas de hidrogênio que se convertem em 653 milhões de toneladas de hélio por segundo. A diferença observada (quatro milhões de toneladas) consiste na conversão de matéria em radiação.

O caminho contrário (radiação → matéria) também pode ser percorrido, e uma outra importante confirmação da validade da equação de Einstein, provando que a massa provém da energia, ocorreu em 20 de novembro de 2008 quando uma equipe de físicos do Centro de Física Teórica de Marselha, com o auxílio do supercomputador Blue Gene, confirmou que a massa do próton provém da energia liberada por quarks e glúons. Esta foi a primeira confirmação na prática em relação à massa do próton.

⁷³ Hoje a desintegração do átomo e a emissão de radiação são fenômenos amplamente conhecidos, mas em 1905 o estudo da radioatividade estava apenas começando, e a própria noção de átomo era ainda muito rudimentar. Lembremos que o primeiro modelo moderno de átomo foi proposto por Rutherford e Bohr na segunda década do século XX.

A questão do corpo rígido

Um **corpo rígido** pode ser definido como um corpo cuja distância entre dois pontos quaisquer de sua superfície permaneça sempre a mesma. Temos, assim, que uma folha de papel não é um corpo rígido pois pode ser dobrada, modificando-se a distância entre seus pontos. Embora tal idéia seja uma idealização, uma barra de ferro tomada em condições normais de temperatura e pressão constituirá, por sua dureza e estabilidade, um bom exemplo de corpo rígido.

A noção de um corpo completamente rígido não se aplica à relatividade especial, pois implicaria numa influência instantânea entre pontos distantes de sua superfície (velocidade infinita!). Suponha-se, por exemplo, uma barra completamente rígida que seja tracionada pela sua extremidade dianteira; a extremidade traseira começará a mover-se instantaneamente, o que não é possível. Como a informação de que a barra está sendo tracionada pela extremidade dianteira só chegaria à extremidade traseira algum tempo depois, conclui-se que ao ser tracionada a barra sofre uma distensão, logo não é completamente rígida.

Nesta seção vamos estudar um interessante e polêmico paradoxo sobre a questão da rigidez e da elasticidade em relatividade restrita.⁷⁴ O paradoxo em sua versão original foi elaborado pelos físicos Edmond Dewan e Michael Beran em 1959.^{xxvii} Analisaremos, no entanto, a versão modificada por J. S. Bell e apresentada a cientistas do CERN em 1976.

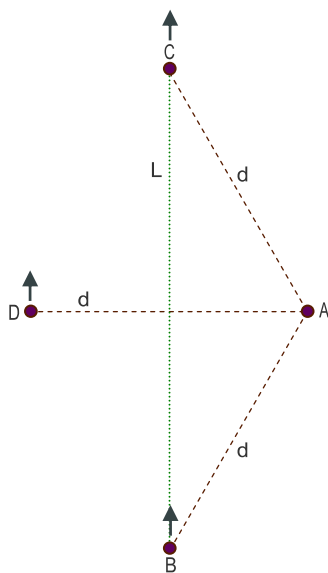


Fig. 20. Rigidez e elasticidade

Sejam quatro espaçonaves **A**, **B**, **C** e **D** suficientemente pequenas para que

⁷⁴ Cf. Baldiotti, M. C. [2014].

seu tamanho possa ser desprezado (fig. 19). As quatro estão em repouso. **B**, **C** e **D** estão eqüidistantes de **A**. As naves **B** e **C** estão ligadas por um fio delgado. A um sinal luminoso emitido por **A** (que deverá alcançar as outras três naves simultaneamente), as naves **B** e **C** deverão pôr-se em movimento (também simultaneamente em relação a **A**, que vê ambas manterem a mesma distância entre si). Quando as naves estão paradas, o fio que as une tem comprimento **L**; no entanto, quando as naves atingem (simultaneamente para o observador em **A**) uma certa velocidade v o fio terá sofrido uma contração;⁷⁵ em relação, porém, às naves **B** e **C**, que se movem juntas, a distância entre ambas continua sendo **L** e o fio, que se contraiu, arrebenta. A nave **D**, contudo, também começou a se mover ao receber o sinal emitido por **A**, logo o observador em **D** verá as naves **B** e **C** paradas junto com o fio, mantendo portanto entre si uma distância **L** igual ao comprimento do fio, que, em relação a **D** não irá arrebentar.

Como se explica o paradoxo?

Desde a ocasião em que J. S. Bell apresentou o paradoxo, as opiniões se divergem. É necessário fazer algumas conjecturas acerca da rigidez e da elasticidade do fio: se ele for completamente rígido, irá arrebentar. Para o observador em **A**, o fio arrebenta devido à contração de Lorentz; para **C**, porque ele começou a se mover antes de **B** e para **D** porque houve uma tensão aplicada na corda, pois quando a nave **C** começou a puxar a linha e **B** começou a empurrar, toda essa tensão teve de se propagar pelo fio. Porém, se o fio tiver qualquer elasticidade e se a aceleração for pequena o suficiente, ele não arrebenta para **B** e **D**, mas há de arrebentar para **A** logo que as naves atingirem uma certa velocidade v . A única forma de compatibilizar a realidade física é admitindo-se que o fio tem elasticidade infinita, observando-se que esta não é uma elasticidade no sentido usual: a contração de Lorentz é um efeito puramente geométrico, razão pela qual não se espera que ela produza forças de tensão nos corpos, isto é, o fio contrair-se e as naves **B** e **C** manterem a mesma distância entre si faz crer que o fio sofre uma tensão e, conseqüentemente, uma força. Desta forma, cf. Baldiotti, a noção de elasticidade aduzida não é a mesma da mecânica clássica: os conceitos de elasticidade e rigidez são portanto um ponto bastante intrincado na relatividade especial.

O efeito Doppler relativístico

O efeito Doppler é um fenômeno ondulatório envolvendo a variação de freqüência de um sinal emitido por uma fonte que se move em relação a um observador. O nome é uma homenagem a Johann Christian Doppler (1803-1853) que, em 1842, publicou um artigo no qual chamava atenção para o fato de que um corpo luminoso teria sua cor alterada em razão de seu movimento (assim como a altura do som emitido por uma fonte sonora também se altera com o movimento da fonte). Tal fenômeno foi observado experimentalmente para o som em 1845 por Buys Ballot, e para o eletromagnetismo por A. H. L. Fizeau, em 1848.

⁷⁵ A expressão que descreve a contração é $\gamma^{(-1)}L$, na qual γ é o *fator de Lorentz*, que, elevado a -1 e multiplicado por **L** fornece a medida da contração do fio.

O efeito Doppler das ondas mecânicas (como o som, p. ex.) difere essencialmente do chamado *efeito Doppler relativístico*, como é conhecido quando se refere a ondas eletromagnéticas. No primeiro caso, em razão da existência de um meio em relação ao qual se mede a propagação das ondas, diferindo se o que está em movimento é a fonte ou o observador.⁷⁶ Com relação às ondas eletromagnéticas, o efeito manifesta-se indistintamente estando a fonte luminosa em movimento e o observador em repouso ou vice-versa, ou mesmo estando ambos em movimento, pois, conforme o segundo postulado de Einstein, a velocidade da luz é invariante em relação ao movimento seja da própria fonte, seja do observador.

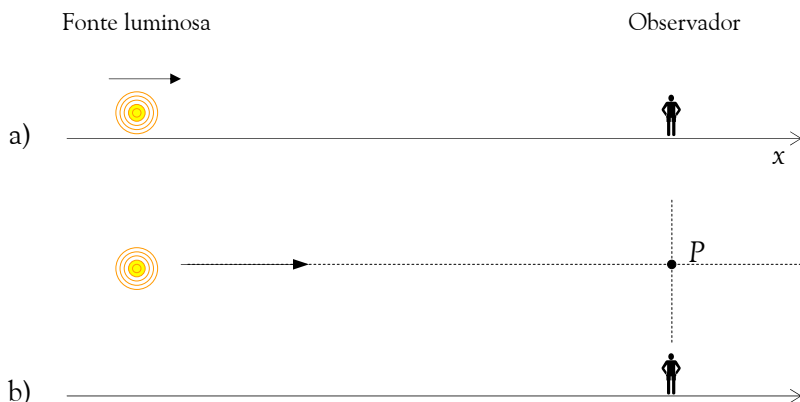


Fig. 21. Efeito Doppler Transversal

Descrevemos aqui o movimento seja da fonte, seja do observador, ao longo da reta que os une, que podemos considerar como sendo o eixo x de um sistema inercial S (fig. 21-a). Porém, se atentarmos para a situação mostrada na fig. 21-b, encontraremos um outro fenômeno que não aparece em relação às ondas mecânicas, constituindo-se num fenômeno estritamente relativístico: o *efeito Doppler transversal*. Neste caso, a velocidade da fonte luminosa é perpendicular à reta que liga o observador a um ponto P à sua frente. O efeito Doppler transversal será observado quando a fonte passar pelo ponto P , momento no qual aparece um desvio na frequência da luz que decorre do fenômeno da dilatação temporal para a fonte em movimento: para compreender por quê, basta lembrar que o período de uma oscilação é também um período de tempo.^{xxviii}

Na terceira parte trataremos com mais detalhe desse fenômeno, quando então falaremos de uma previsão de Einstein confirmada pelas observações.

O ESPAÇO-TEMPO QUADRIDIMENSIONAL DE MINKOWSKI

Após a publicação dos artigos que deram origem à relatividade especial, a teoria foi retomada por outros cientistas, que contribuíram com seu desenvolvi-

⁷⁶ V. o apêndice matemático “O efeito Doppler das ondas sonoras”.

mento em outras áreas da Física. Avançar nessa direção fugiria aos propósitos de um opúsculo como este, mas não se pode deixar de mencionar o conceito de espaço-tempo quadridimensional, matematicamente formulado pelo matemático Hermann Minkowski (que, coincidentemente, fora professor de Einstein).



Quando nos referimos a um acontecimento, sabemos que o mesmo ocorre num ponto do espaço e num momento do tempo. O ponto no espaço será descrito pelas coordenadas das três dimensões espaciais, e para o momento considera-se o tempo como uma quarta dimensão.

Na física newtoniana essa descrição em quatro dimensões remete ao *tempo absoluto*, que independe do sistema de referência inercial utilizado. Na teoria da relatividade, porém, tempo e espaço estão interligados e se distorcem conforme o sistema inercial de referên-

cia, de forma que são tratados conjuntamente em quatro dimensões.

Em sua palestra durante a Oitava Assembléia Alemã de Cientistas e Médicos (Colônia, 1908), três meses antes de morrer precocemente devido a uma apendicite, Minkowski propôs que as três dimensões espaciais e o tempo estão interligados, de forma que qualquer acontecimento se registraria num “espaço-tempo quadridimensional”. Nas palavras do próprio Minkowski: “Daqui para frente o espaço em si mesmo e o tempo em si mesmo estão destinados a transformar-se em meras sombras e somente uma espécie de união entre eles preservará uma realidade independente”.⁷⁷ Com esse novo conceito, Minkowski reintroduz o *absoluto* na relatividade: embora espaço e tempo sejam relativos, o *continuum* espaço-tempo é uma grandeza absoluta no Universo.

De uma forma muito simplificada, vamos apresentar o conceito introduzido por Minkowski fazendo referência aos cones de luz e às linhas de mundo de um observador (ou de uma partícula).

Na figura 21-a vemos uma representação tridimensional do diagrama de Minkowski: o observador está situado no vértice, por onde passa o eixo que corresponde ao tempo; a folha superior do cone de luz representa o futuro e a inferior o passado; temos um plano que representa o presente com os eixos horizontais determinando o espaço. No vértice do cone de luz pode estar também um evento qualquer, e qualquer outro evento poderá ter ou não relação com o primeiro, donde se conclui que cada evento no Universo tem o seu próprio cone de luz. Na

⁷⁷ A noção do tempo como uma dimensão extra não era nova à época: H. G. Wells, em “A Máquina do Tempo”, de 1895, diz que “todo corpo real deve ter extensão em quatro direções: comprimento, largura, espessura e duração”. O matemático francês Jean D’Alembert, em 1754, num artigo intitulado “Dimension” considera o tempo a quarta dimensão.

forma bidimensional (fig. 21-b), temos apenas um eixo espacial, um eixo temporal e duas linhas inclinadas em 45° representando o cone de luz, o que é equivalente e substancialmente mais simples.⁷⁸

Estando o observador no vértice, o evento representado pelo ponto nº 1 encontra-se dentro de seu cone de luz, ou seja, trata-se de um evento ao qual ele pode ter acesso, donde se conclui que somente eventos que se encontrem no interior do cone de luz estão no futuro (ou no passado) do observador. Em outras palavras, o cone de luz de um observador abrange todos os acontecimentos de sua vida. A linha tracejada é chamada linha-de-mundo do evento (um objeto imóvel no vértice possui uma linha-de-mundo vertical e sobreposta ao eixo temporal). Dois eventos cuja distância é menor que o espaço percorrido pela luz no intervalo de tempo que os separa formam um par **tipo-tempo** e um se encontra dentro do cone de luz do outro.

O evento representado pelo ponto nº 2 move-se a uma velocidade igual a c . Pode representar, p. ex., o trajeto de um fóton. Assim sendo, somente partículas desprovidas de massa — como o fóton e o gráviton — possuem linhas de mundo que, no gráfico, se encontram inclinadas a 45° . Neste caso, a distância entre dois eventos é igual à percorrida pela luz no intervalo de tempo que os separa, e formam um par **tipo-luz**.

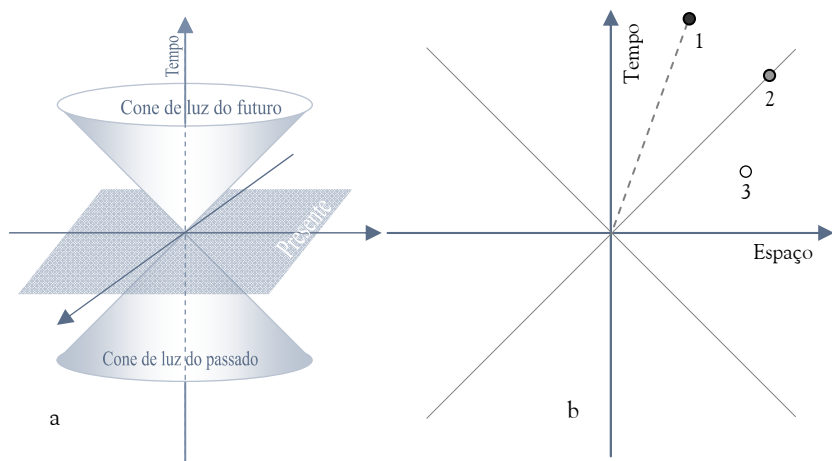


Fig. 22. Diagrama de Minkowski

O evento nº 3 é um exemplo de evento que está fora do alcance do observador no momento em que acontece. Por exemplo, a ocorrência de uma supernova em Andrômeda (distante dois milhões de anos-luz da Terra) neste exato momento é um evento que se encontra fora do cone de luz de qualquer observador terrestre: não podemos ter conhecimento dele no momento em que ocorre. Tal fenômeno, contudo, vai entrar no cone de luz dos astrônomos (se ainda houver

⁷⁸ Para uma descrição mais detalhada e melhor entendimento desse tipo de diagrama, ver o apêndice matemático “Diagrama de Minkowski”.

algum) daqui a dois milhões de anos, e somente então poderá ser observado. Temos, portanto, dois eventos fora do cone de luz um do outro (observador atual na Terra/supernova agora em Andrômeda); a distância entre esses dois eventos é maior que o espaço percorrido pela luz no intervalo de tempo que os separa, e ambos formam um par **tipo-espaço**.⁷⁹

Nos pares de eventos tipo-tempo encontramos eventos que estão subordinados pela relação de causa e efeito; porém nos pares tipo-espaço, não sendo possível a interferência de um evento sobre outro através de algum tipo de sinal, não ocorre tal relação e observadores em sistemas inerciais diferentes discordarão quanto à simultaneidade desses eventos e mesmo quanto à ordem em que os mesmos aconteceram.

Poincaré (de quem falaremos no apêndice nº 3) considerou que fundir o espaço e o tempo numa só entidade não teria grandes consequências, embora pudesse ser uma convenção cômoda.

Einstein considerou inicialmente a contribuição de Minkowski uma complicação desnecessária. Mas em 1916 retratou-se escrevendo que a “generalização da teoria da relatividade foi consideravelmente facilitada por Minkowski, o primeiro a aperceber-se da equivalência formal entre as coordenadas espaciais e a coordenada temporal e que empregou isto na construção da teoria”, sendo que sem ela “a Teoria Geral da Relatividade talvez não tivesse passado da infância”.

⁷⁹ Esses conceitos foram aduzidos inicialmente por Paul Langevin.

III: A relatividade geral

A relatividade especial resolveu o conflito entre a intuição tradicional acerca do movimento dos corpos, do princípio da relatividade e da constância da velocidade da luz, alterando os antigos conceitos de espaço e tempo, cujas características verdadeiras se mantinham ocultas, como vimos, devido a nossa experiência com velocidades sempre muito inferiores a c .

A relatividade especial, porém, abordava apenas sistemas de referência inerciais, não abrangendo sistemas em aceleração, entendendo-se como aceleração qualquer variação de velocidade e/ou de direção do movimento.

Além disso, surgia uma dificuldade: o fato de que nada pode ser mais rápido que a luz revelava-se incompatível com a teoria da gravitação universal, proposta por Newton no século XVII.

Não é difícil compreender essa incompatibilidade: a gravitação relacionava as massas e as distâncias entre os corpos em função da atração que exerciam entre si, mas não explicava como eles podiam ser influenciados através do vácuo sem a mediação de um agente: Newton desenvolveu uma teoria que descreve os efeitos da gravitação, mas não chegou a indicar (e a descobrir) como ela atua. A teoria de Newton previa também que a gravidade era uma força atrativa entre os corpos e cuja influência seria instantânea, independentemente da distância entre esses corpos. Como nada pode ser mais rápido que a luz (isto é, se nenhuma influência pode ser dirigida a um corpo numa velocidade maior do que c), como a gravitação podia agir instantaneamente sobre os corpos, mesmo os mais distantes entre si?

Contrariar uma teoria que se havia mostrado correta nas mais diversas observações (exceto num caso particular, o da órbita do planeta Mercúrio, como será visto mais adiante) representava um sério problema, pois se a relatividade especial estava correta, a gravitação falhava.

Assim, a relatividade especial, ao resolver um problema, criou outro — que também precisava de solução.

O problema da gravitação, no entanto, não seria fácil de ser resolvido. Max Planck, fundador da física quântica, disse a Einstein (provavelmente em 1913, num encontro entre ambos, em Zurique): “Como amigo mais velho, tenho que adverti-lo: em primeiro lugar, você não alcançará sucesso; e, mesmo que alcance, ninguém lhe dará crédito.”

Não é tarefa simples acompanhar o pensamento do físico na elaboração da relatividade geral, e diversos pesquisadores têm se debruçado sobre suas anotações para compreender como se deu o desenvolvimento da teoria. O que nos propomos a partir daqui é aduzir um resumo desse processo.⁸⁰

⁸⁰ Para uma descrição minuciosa, ver Pais, A. [1982]; Neffe, J. [2012], e Isaacson, W. [2007].

Einstein começou a preocupar-se com a generalização da relatividade especial em 1907, quando lhe ocorreu o que ele chamou de seu pensamento mais feliz, segundo o qual uma pessoa em queda livre não sente o próprio peso; o resultado foi o seu “princípio da equivalência forte”. Em suas elucubrações idealiza o experimento mental do disco em rotação, que desemboca na previsão do desvio para o vermelho (previsão essa que é feita muito antes da conclusão da teoria!); e ainda no do elevador em queda livre através do qual um raio de luz é projetado, demonstrando a curvatura da luz sob a ação da gravidade, que em decorrência do princípio da equivalência não se distingue de um estado de aceleração.



Começa a dedicar-se a uma formulação matemática da teoria aproximadamente em 1911, quando publica um artigo intitulado “A propósito da influência da gravidade sobre a propagação da luz”, trabalho intermediário entre os artigos de 1905 e o de 1915 e no qual introduziu o seu princípio da equivalência. Mas esse trabalho não foi inteiramente bem sucedido pois Einstein ainda não havia abandonado a abordagem da gravitação sob uma concepção newtoniana.

Suas investigações acerca da gravitação prosseguiram pelos anos seguintes. Trabalhava duro, conforme se deduz de suas próprias palavras em carta a Besso datada de 1912: “Cada passo é diabolicamente difícil”; “O desenvolvimento subsequente da teoria da gravitação encontra grandes obstáculos”, em carta desse mesmo ano a H. Zangger; “A generalização (...) apresenta-se muito difícil” escreveu a L. Hopf, e, em carta a A. Sommerfeld, de 29 de outubro de 1912, diz: “Nos dias atuais, ocupo-me exclusivamente do problema da gravitação, e agora creio que conseguirei vencer todas as dificuldades com a ajuda de um amigo matemático. Mas uma coisa é certa: em toda minha vida nunca trabalhei tanto. (...) Comparada a esse problema, a relatividade original é uma brincadeira de criança”.

Se entre 1911 e 1915 buscou uma maneira de formalizar matematicamente o princípio físico da relatividade geral, tal busca demonstra que o gênio não estava isento de erros: conforme Lee Smolin, que examinou o caderno de anotações de Einstein, “[ele] estava confuso e perdido — muito perdido”.^{xxix}

Einstein por fim compreendeu que não dispunha do instrumental matemático necessário para a tarefa que se propusera: recorreu então ao amigo Marcel Grossmann (“Você tem de me ajudar, se não eu enlouqueço”), que lhe indicou a obra do matemático alemão Bernhard Riemann.

BERNHARD RIEMANN E A GEOMETRIA EUCLIDIANA

Um dos assuntos tratados por Euclides (300 a. C.) em sua obra “Elementos” é a geometria plana, assim conhecida por estudar as superfícies e figuras planas, como o triângulo e a circunferência.

Na geometria plana (fig. 23-a) tem-se como certo que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , duas retas paralelas nunca se intersectam, e uma circunferência é igual ao dobro do produto do número π ($\pi=3,141\dots$) pelo valor do raio do círculo.^{xxx} O espaço é considerado tridimensional (possui as três dimensões conhecidas: comprimento, largura e altura) e plano, pois nele a menor distância entre dois pontos é uma linha reta.

O matemático russo Nikolai Lobachevsky foi o descobridor das geometrias não-euclidianas, que descrevem as propriedades de superfícies curvas, nas quais os postulados da geometria plana falham. As superfícies, em vez de serem planas, podem ter uma curvatura positiva (fig. 23-b, uma esfera) ou uma curvatura negativa (fig. 23-c, em forma de sela). Formas geométricas descritas em tais superfícies possuem características diferentes: numa curvatura positiva, paralelas se encontram, a soma dos ângulos internos de um triângulo é maior que 180° e a circunferência de um círculo é menor que $2\pi R$; numa curvatura negativa, a soma dos ângulos internos de um triângulo é menor que 180° , e o comprimento da circunferência é maior que $2\pi R$. Em ambas, a menor distância entre dois pontos é *uma linha curva*.

Outros matemáticos estiveram envolvidos no estudo das geometrias não-euclidianas, entre eles o alemão Bernhard Riemann, que com sua matemática (avançada para sua época, em relação à física) antecipou temas capitais da física do século XX, como o conceito de uma quarta dimensão espacial (ou seja, um universo multidimensional); os chamados “buracos de minhocas”, que são estudados hoje como possíveis passagens interdimensionais ligando pontos diferentes do universo; e a gravidade expressa como um campo.

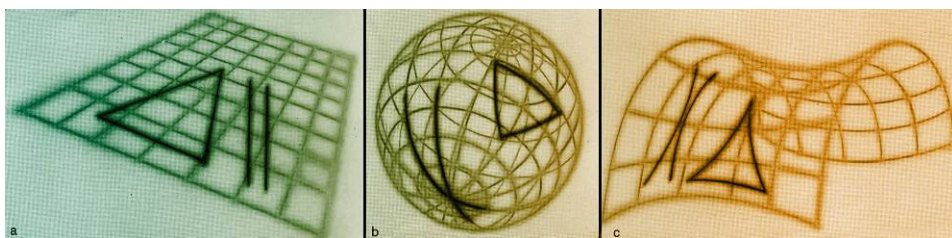


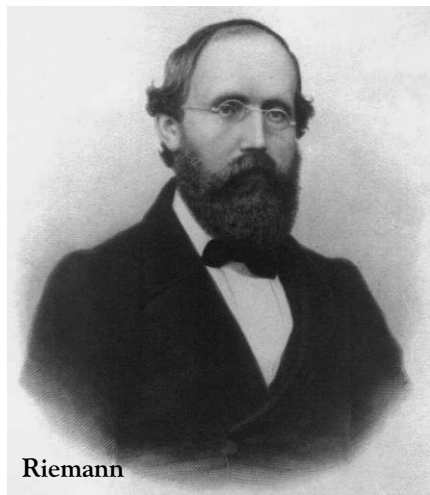
Fig. 23. Geometrias euclidiana e não-euclidianas

Em 1854, Riemann, atendendo ao seu professor Carl Gauss, fez sua apresentação oral sobre os fundamentos da geometria perante o corpo docente da Universidade de Göttingen, e foi acolhido com entusiasmo. Posteriormente, o matemático inglês William Clifford traduziu seu discurso para a revista *Nature* (1873), e ampliou muitas de suas idéias.

Riemann foi o primeiro a intuir o conceito de força como resultado da geometria do espaço, e ilustrou a idéia desta forma: imaginemos criaturas bidimensionais que vivem numa superfície bidimensional, como uma folha de papel. Essas criaturas se movimentam sempre para frente, para trás e para os lados, mas não têm noção de “para cima”. Se a folha estiver, no entanto, amassada, com diversas

rugos, os seres continuarão seu movimento naturalmente, mas ao cruzar uma dobra ou ruga senti-la-ão como uma “força” que os impede de seguir em linha reta.

Riemann utilizou para descrever um espaço curvo o que chamou de “tensor de curvatura”, um instrumento matemático que atribui a cada ponto do espaço um conjunto de dez números que descreve sua curvatura. Percebe-se com isso



Riemann

que ele desenvolveu o princípio matemático que viria a nortear a relatividade geral (= força como resultado da geometria do espaço), mas não se tinha à época noção de seu alcance, tanto que sua obra permaneceu esquecida pela Física por sessenta anos.⁸¹

A colaboração de Grossmann, como matemático, nos avanços obtidos em 1912-13 (“Ele estava pronto a colaborar neste problema com prazer, porém sob a condição de não ter de assumir nenhuma responsabilidade por quaisquer afirmações ou interpretações de natureza física.”), deve ser destacada, dando origem a um artigo conjunto publicado em maio de 1913, intitu-

lado **“Esboço para uma teoria generalizada da relatividade e de uma teoria da gravitação”**, no qual já se encontra “uma percepção física profunda do problema da medida, algumas equações corretas da relatividade geral e algum raciocínio imperfeito”.⁸² Em outubro de 1914 Einstein publica um segundo artigo com Grossmann, no qual se percebe ainda não ter encontrado o caminho certo. Esses artigos foram de grande importância no desenvolvimento da relatividade geral, mas somente em 1955, muitos anos depois da morte de Grossmann, Einstein escreveu: “A necessidade de exprimir, pelo menos uma vez na vida, minha gratidão para com Marcel Grossmann deu-me coragem para escrever este (...) esboço autobiográfico”.⁸³ Esse artigo ensejou uma correspondência entre Einstein e Levi-Civita no início de 1915. Civita apontou alguns erros técnicos no desenvolvimento de Einstein, que não só se mostrou agradecido como também feliz pelo fato de um profissional interessar-se por seu trabalho, “é digno de nota que meus colegas estejam tão pouco sensíveis à profunda necessidade de uma teoria geral da relatividade (...). Para mim é, pois, duplamente reconfortante ter a possibilidade de conhecer melhor um homem como o senhor”.⁸⁴

⁸¹ Conforme Pais, A. [1982]: “[a história da matemática do século XIX, de Christian Felix Klein] explica como (...) a relatividade geral pode ser considerada um dos pontos culminantes de uma nobre linhagem que começa com o trabalho de Gauss e continua com os de Riemann, Christoffel, G. Ricci, Levi-Civita e outros”.

⁸² Pais, A. [1982].

⁸³ Pais, A. [1982].

⁸⁴ Carta a T. Levi-Civita, de 14/04/1915, cf. Pais [1982].

Também Ângelo Besso colaborou no desenvolvimento da nova teoria da gravidade. Há um manuscrito datado de 1913 com a letra de Einstein e Besso, no qual se encontra um cálculo longo e complicado do periélio de Mercúrio, mas que resulta em fracasso: a precessão do periélio encontrada era de apenas 18" de arco por século. Tal resultado levou Einstein a não publicar os cálculos sobre Mercúrio.

Já Lorentz, em 1914, escreveu: "Parece-nos que não existe modo que nos impeça de considerar os dois campos [eletromagnético e gravitacional] e tudo que os caracteriza, como constituídos de modificações que são produzidas no interior do éter"⁸⁵ — palavras pelas quais constatamos que Lorentz se mantinha persistente em preservar o conceito de éter, opinião que enfatizava em palestras e seminários de que participava acerca da relatividade geral.

Em outubro de 1914 Einstein publica o artigo "Fundamento formal da Teoria da Relatividade Geral", que acreditava estar correto.

No verão de 1915, apresenta sua obra em Göttingen. Foram seis palestras, entre cujos assistentes encontrava-se David Hilbert, com quem conversou e veio a corresponder-se nos meses seguintes. Hilbert percebeu que a relatividade geral ainda estava errada, mas não se sabe ao certo em que momento daquele verão, talvez no final,⁸⁶ o próprio Einstein deu-se conta disso.

O que se seguiu foi uma espécie de "corrida contra o tempo", cada qual buscando as equações corretas da teoria.

No dia 4 de novembro de 1915 Einstein faz sua primeira comunicação acerca das equações de campo à Academia Prussiana, mostrando-se incrédulo quanto à validade das mesmas e apresentando correções. Retorna à Academia nos dias 11 e 18 do mesmo mês com novas equações de campo, sendo que nesta última se mostrava entusiasmado, pois havia conseguido calcular corretamente a anomalia do periélio de Mercúrio conforme os dados experimentais: 43" de arco por século! Einstein ficou tão excitado com esse sucesso que chegou a sentir palpitações no coração. "Eu não podia me conter de tanta alegria" disse a Ehrenfest. E a Arnold Sommerfeld: "Os resultados acerca do movimento do periélio de Mercúrio deram-me uma satisfação imensa. Como se mostrou útil para nós a precisão pedante da astronomia, que eu costumava ridicularizar secretamente!".

Entrementes, mantinha-se a correspondência com Hilbert, que fazia sugestões e críticas, e também lhe apresentava uma visão de sua própria pesquisa no assunto. Foi no dia de sua terceira comunicação à Academia Prussiana que Einstein recebeu uma carta perturbadora de Hilbert, na qual o matemático apresentava equações muito similares às suas!

Finalmente em 25 novembro de 1915, em sua quarta comunicação à Academia Prussiana, Einstein apresenta suas famosas equações de campo: estava concluída a relatividade geral, que tratava a gravitação de forma a concordar com a relatividade especial nas situações limites, dando ao mundo a resposta que Newton deixou aos seus leitores a tarefa de procurar. Em carta a Lorentz,⁸⁷ Einstein

⁸⁵ Lorentz, *Scientific XX* (1914), cf. Villani, A. [1985].

⁸⁶ Neffe, J. [1912].

⁸⁷ De 17 jan 2016, cf. Pais [1982].

diz: “A série de meus trabalhos sobre a gravitação é uma cadeia de passos em falso que, apesar de tudo, me conduziram pouco a pouco ao objetivo”.

Durante muito tempo acreditou-se que Hilbert havia chegado primeiro às equações da relatividade geral,⁸⁸ pois em 20 de novembro de 1915 Hilbert entregou seu trabalho finalizado na Sociedade de Ciências de Göttingen com o título “Os Fundamentos da Física”, tendo esse trabalho sido publicado em março de 1916 com as mesmas equações que Einstein apresentara em 25 de novembro, o que levou alguns pesquisadores a acreditarem que Einstein teria copiado Hilbert.⁸⁹ A dúvida a esse respeito persistiu até o ano de 1997, quando foi finalmente esclarecida: os pesquisadores Jürgen Renn, John Stachel e Leo Corry encontram as provas tipográficas do artigo de Hilbert, nas quais ele fez uma revisão e devolveu para o editor em 16 de dezembro de 1915. Segundo Isaacson,⁹⁰ as equações de Hilbert, na forma original do artigo, diferiam de modo mínimo mas importante da versão final de Einstein apresentada em sua palestra de 25 de novembro. Já de acordo com Neffe,⁹¹ nas referidas provas “pode-se ver, nitidamente, que Hilbert introduziu as equações posteriormente, em dezembro de 1915. Einstein não as copiou, o concorrente corrigira as suas”.

Ainda conforme Isaacson: “Seria justo dizer que os dois homens [...] apresentaram em novembro de 1915 equações matemáticas que deram expressão formal à teoria geral. A julgar pelas revisões feitas por Hilbert [...], Einstein pareceu ter publicado primeiro a versão final dessas equações. E, no fim, até Hilbert deu a Einstein crédito e precedência”.⁹²

O PENSAMENTO MAIS FELIZ DE EINSTEIN

Conforme a segunda lei de Newton, **força** é igual a **massa inercial** multiplicada **pela aceleração** do corpo a ela submetido; mas **força** também é igual à **massa gravitacional** multiplicada **pela intensidade do campo gravitacional** a que o corpo está sujeito. Dessas duas definições, chegamos a uma terceira: **aceleração (a) é igual à massa gravitacional (m_g) dividida pela massa inercial (m_i) multiplicada pela intensidade gravitacional (ig)**, e como m_g é igual a m_i , concluímos que **aceleração é igual a intensidade gravitacional**.^{xxxi} Conforme Einstein: “Se para um campo gravitacional a aceleração é sempre a mesma, independente da natureza e do estado do corpo [em queda livre], a relação entre massa gravitacional e massa inercial também deve ser a mesma para todos os corpos. Por meio de uma escolha adequada das unidades, podemos fazer com que esta relação seja igual a 1. Vale então o princípio: a massa gravitacional e a massa

⁸⁸ Hilbert não postulou a autoria da relatividade geral, e ao publicar em dezembro de 1915 sua abordagem à questão, esta era diferente da de Einstein, e afirmou “que estava combinando e unificando os insights de Einstein e de Mie a partir de um princípio variacional” — Villani, A. [1985].

⁸⁹ Neffe, J. [2012]. Nota-se aqui uma divergência quanto à data da publicação do texto de Hilbert, pois Villani menciona dezembro de 1915.

⁹⁰ Isaacson, W. [2007].

⁹¹ Neffe, J. [2012].

⁹² Isaacson, W. [2007].

inercial de um corpo são equivalentes” — fato este que não lhe deve ter parecido acidental.⁹³

Mas a massa gravitacional de um corpo só se manifesta na presença da gravidade, enquanto sua massa inercial é intrínseca: se um observador empurrar um pesado cofre de ferro na ausência da gravidade, experimentará a mesma resistência que experimentaria se o fizesse na presença de gravidade (desde que não haja atrito opondo-se à força aplicada ao cofre, p. ex., numa superfície escorregadia de gelo).

Na mecânica newtoniana o princípio da equivalência era tratado apenas como coincidência, mas Einstein ficou intrigado com esse aspecto: “Essa lei” disse ele, “que pode ser apresentada como a lei da igualdade das massas inercial e gravitacional, atingia-me com todo o seu impacto. Espantava-me sua persistência, e imaginei que nela deveria residir a chave da mais profunda compreensão da gravitação e da inércia. Eu não tinha dúvidas sérias acerca de sua estrita validade, apesar de não conhecer os admiráveis experimentos de Eötvös, de que, se me recordo bem, só vim a ter notícia posterior”.⁹⁴

Em 1907 Einstein teve a idéia que chamou *a mais feliz de sua vida*: “Eu estava sentado numa cadeira no departamento de patentes, em Berna, quando de repente ocorreu-me a idéia: ‘Quem estiver em queda livre não sentirá seu próprio peso’. Fiquei surpreso. Esse pensamento simples impressionou-me profundamente. Impeliu-me na direção de uma teoria da gravitação”.

Desse pensamento decorreria o chamado “princípio da equivalência forte”, segundo o qual não é possível distinguir entre aceleração e gravidade.

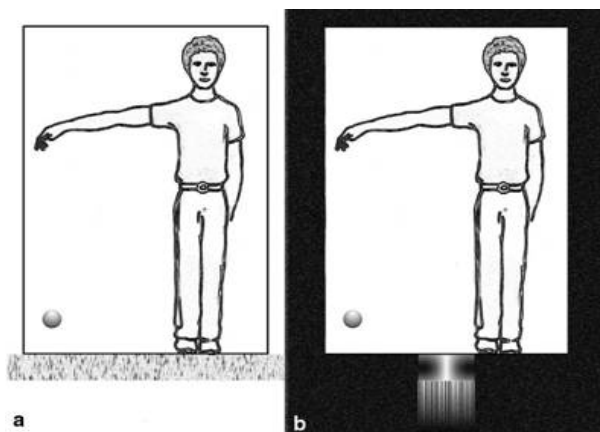


Fig. 24. Aceleração = Gravidade

Vamos recorrer a um exemplo simples (fig. 24): imaginemos um jogo em que Paulo, o jogador, é posto adormecido dentro de uma caixa e ao acordar vê na parede instruções que dizem que aquele compartimento está (a) pousado na su-

⁹³ V. o apêndice matemático “Equivalência entre massa inercial e massa gravitacional”.

⁹⁴ Sobre os experimentos de Eötvös, ver “Princípio da Equivalência”, na 1ª parte.

perfície da Terra; ou (b) adequadamente acelerado por foguetes no espaço sideral (considerando que a caixa seja suficientemente vedada para que, no segundo caso, Paulo não perceba a presença dos foguetes através de ruídos e vibrações).

Na parede há dois botões, e ele deve acionar aquele que corresponde à sua real situação. (Se arriscar, terá 50% de chances de ganhar a aposta.)

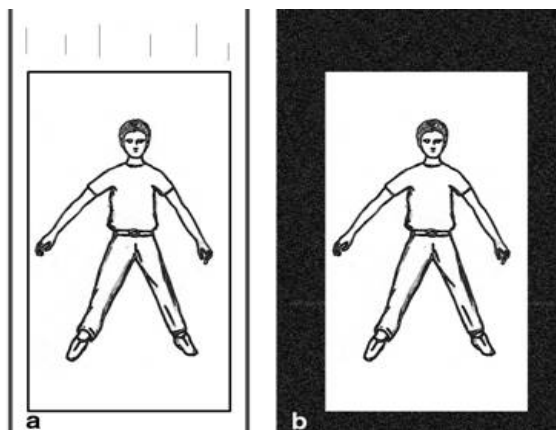


Fig. 25. Princípio da equivalência

Paulo só vencerá se tiver sorte, pois na verdade terá de arriscar a resposta: não há nenhuma experiência física possível que ele possa fazer no interior da caixa que lhe permita ter certeza de seu estado. Assim, se no exemplo dado a aceleração da caixa for adequada (igual à aceleração de um corpo sob o efeito da gravidade terrestre, isto é, $1g \cong 9,81 \text{ m/s}^2$), o jogador não poderá distinguir em que situação está — se pousado na Terra sob o efeito da gravidade, se sob o efeito de uma aceleração igual a $1g$ no espaço. Se ele deixar cair um objeto, irá medir a mesma aceleração em qualquer das duas circunstâncias.

Imaginemos agora um jogo mais drástico, de vida ou morte: ao acordar, Paulo vê na parede instruções dizendo que o compartimento em que se encontra está (a) caindo em direção à Terra; ou (b) solto no espaço sideral, livre da influência da gravidade (fig. 25). Paulo dispõe de algum tempo para *provar* em que situação se encontra e acionar o botão que corresponde ao seu estado atual — caindo em direção à Terra ou solto no espaço —, de forma que se escolher o botão errado morrerá (não abrirá o pára-quedas ou não acionará o piloto automático para voltar, ficando para sempre perdido no espaço). Sendo um jogo de vida ou morte, o jogador desta vez não pode arriscar: tem de ter certeza.

Porém, a menos que Paulo tenha sorte, irá se sair mal no jogo, pois segundo o princípio da equivalência forte não é possível a um observador, no interior de um compartimento fechado e por meio de qualquer experiência obter certeza de estar em queda livre sob a ação da gravidade (portanto, acelerado), ou na completa ausência de gravidade — seja em queda livre, seja na ausência de gravidade, o observador não sente o próprio peso.^{xxxii}

A equivalência entre massa inercial e massa gravitacional é ilustrada da seguinte forma:

Paulo percebe pendurada no teto da caixa uma corda com uma pesada bola de ferro em sua extremidade, peso esse que a deixa bastante tensa, e na parede da caixa há a seguinte informação: “esta caixa está pousada na superfície da Terra”. Paulo acredita na informação, e entende o fato de a corda encontrar-se sob tensão devido ao campo gravitacional que atrai a bola de ferro para baixo. Neste caso, para Paulo, a corda está sofrendo a influência da massa gravitacional da bola.

Externamente, porém, Ana vê que a caixa não está em repouso sobre a superfície da Terra, mas no espaço, tracionada em aceleração por um foguete. Ana percebe que a corda é obrigada a acompanhar o movimento acelerado da caixa e transmite esse movimento à bola de ferro. O que determina o valor da tensão na corda já não é a massa gravitacional, pois Ana sabe que não há nenhum campo gravitacional ali, mas a massa inercial da bola.

Concluímos, através dos exemplos, que um observador não tem como distinguir entre o efeito da gravidade e o da aceleração em qualquer situação em que esteja. De acordo com o princípio da relatividade, se o compartimento não sofre aceleração, não há como determinar sua velocidade. Contudo, se estiver acelerado, o observador sentirá uma força — da mesma forma que, estando num carro que acelera, sente a compressão de suas costas contra o banco.

Vimos na segunda parte que a relatividade especial limita-se a referenciais em repouso ou em movimento uniforme (i. é, sistemas inerciais), nada mencionando sobre referenciais em aceleração: lembrando, o princípio da relatividade afirma *que as leis da física são idênticas para todos os observadores em repouso ou em movimento uniforme*. A revelação de Einstein para a relatividade geral abarca os pontos de vista de todos os observadores, quer estejam em movimento uniforme, quer estejam em aceleração constante. Einstein reformulou o princípio da relatividade especial: “(...) queremos entender por princípio da relatividade geral a seguinte afirmação: *todos os sistemas de referência são equivalentes para a descrição dos fenômenos da natureza, qualquer que seja seu estado de movimento*”. Não há diferença entre o ponto de vista de um observador acelerado *sem* um campo gravitacional, e o de um não acelerado *com* um campo gravitacional. Pode-se agora retomar o princípio da relatividade, e declarar: *todos os observadores, independentemente do seu estado de movimento, podem considerar-se estacionários e dizer que “o resto do mundo passa por eles”, desde que incluam um campo gravitacional adequado na descrição do ambiente que os envolve.*⁹⁵

⁹⁵ Greene, B. [2001].

CONSEQUÊNCIAS DO PRINCÍPIO DA EQUIVALÊNCIA

A curvatura de um raio de luz

Vamos imaginar agora Paulo dentro de um compartimento em queda livre (um elevador, p. ex.), realizando a experiência muito simples de atirar em direção a uma das paredes do compartimento uma bola, que, sob seu ponto de vista, irá descrever uma trajetória retilínea (fig. 26-a). No entanto o compartimento está caindo, e com ele a bola, de forma que Ana, do lado de fora, verá a bola descrever uma linha curva (uma parábola), conforme a fig. 26-b.

Se Paulo substituir a bola por uma lanterna e projetar na parede um fecho de luz, o que ele irá observar? Certamente verá a luz descrever uma trajetória retilínea, como a bola; porém Ana observará uma trajetória curva — uma curvatura mínima, em razão da velocidade da luz, mas ainda assim é inegável que a trajetória da luz possuirá uma curvatura, pois o fecho de luz também está caindo com o compartimento.

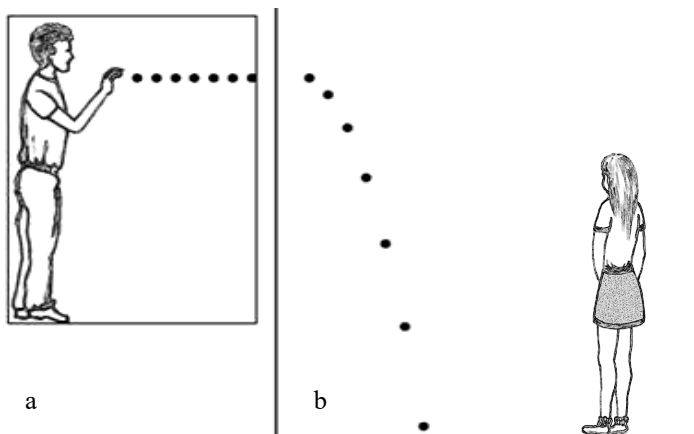


Fig. 26. Curvatura da luz

Lembrando que o compartimento está acelerado em direção ao solo; que segundo o princípio da equivalência aceleração e gravidade não se distinguem, e que a luz sofreu uma curvatura em decorrência da aceleração a que está sujeita no interior do compartimento, conclui-se que: um campo gravitacional atuará sobre um raio de luz, curvando sua trajetória.^{xxxiii}

No artigo de 1911, em que Einstein propõe seu princípio da equivalência e a noção da curvatura de um raio de luz por um campo gravitacional, afirma, baseado em seus cálculos, que o ângulo de curvatura seria de 83 segundos de arco. Como tal observação durante o dia, na direção do Sol, não seria possível, sugeriu: “Como as estrelas fixas em pontos do céu próximos do Sol tornam-se visíveis por eclipses totais do Sol, essa consequência da teoria pode ser comparada com dados experimentais. (...) Com respeito ao planeta Júpiter, espera-se um deslocamento

(de uma estrela nas suas proximidades) de 1/100 da cifra mencionada (Júpiter tem menor massa, portanto o efeito é menor). (...) Seria desejável que os astrônomos considerassem a questão aqui proposta. Independentemente de qualquer teoria, põe-se o problema de saber se é possível com o aparelhamento hoje disponível identificar uma influência dos campos gravitacionais sobre a propagação da luz”.

Em 1914 — ano em que Einstein trabalhava duramente na relatividade geral —, uma equipe de astrônomos alemães dirigiu-se à Rússia, de onde seria possível observar um eclipse total do Sol. Por sorte (!) os astrônomos não chegaram a fazer observação alguma, pois foram presos e considerados prisioneiros de guerra. Se, no entanto, houvessem feito, observariam sim, uma curvatura, mas com um valor duas vezes superior ao previsto em 1911.

Revisitando o efeito Doppler

A alteração da cor de uma fonte luminosa em movimento — conforme previsto por Johan Christian Doppler (1803-1853) — se deve, de forma similar ao que ocorre com o som, à compressão ou ao alongamento das ondas eletromagnéticas, conforme a fonte se aproxima ou se afasta do observador.

O espectro eletromagnético consiste em faixas de frequência que vão desde as de maior comprimento de onda (menor frequência) até as de menor comprimento (maior frequência). A tabela a seguir mostra desde as ondas de baixa frequência baixa (>0,1 m) até as de frequência extremamente alta (<10⁻¹¹ m). A luz visível compreende uma faixa muito estreita do espectro, entre aproximadamente 400 nm e 700 nm, na qual a luz vermelha possui ondas mais longas e menos energia que a luz violeta. (fig. 27-a)

TIPO	COMP. DE ONDA (Å - Angstroms)	COMP. DE ONDA (metros)	FREQÜÊNCIA (Hertz)	ENERGIA (eV)
Rádio	> 10 ⁹	> 0,1	< 3 × 10 ⁹	< 10 ⁻⁵
Micro-ondas	10 ⁹ - 10 ⁶	0,1 - 0,0001	3 × 10 ⁹ - 3 × 10 ¹²	10 ⁻⁵ - 0,01
Infravermelho	10 ⁶ - 7000	0,0001 - 7 × 10 ⁻⁷	3 × 10 ¹² - 4,3 × 10 ¹⁴	0,01 - 2
Visível	7000 - 4000	7 × 10 ⁻⁷ - 4 × 10 ⁻⁷	4,3 × 10 ¹⁴ - 7,5 × 10 ¹⁴	2 - 3
Ultra-violeta	4000 - 10	4 × 10 ⁻⁷ - 10 ⁻⁹	7,5 × 10 ¹⁴ - 3 × 10 ¹⁷	3 - 10 ³
Raios-X	10 - 0,1	10 ⁻⁹ - 10 ⁻¹¹	3 × 10 ¹⁷ - 3 × 10 ¹⁹	10 ³ - 10 ⁵
Raios Gama	< 0,1	< 10 ⁻¹¹	> 3 × 10 ¹⁹	> 10 ⁵

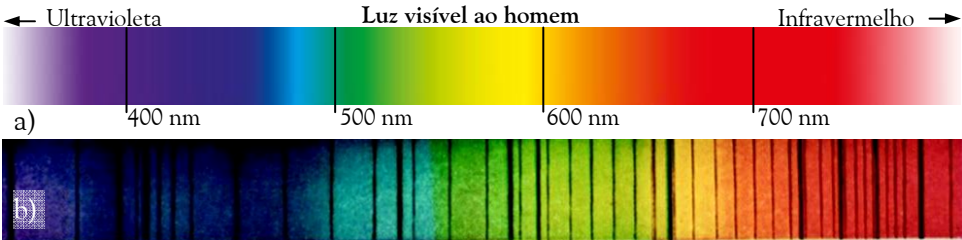


Fig. 27. Espectro eletromagnético e raias de absorção características do Sol

Na figura 27-b temos uma faixa do espectro visível em que se podem observar numerosas linhas (ou raias) escuras, conhecidas como raias de absorção ou raias de Fraunhofer. Essas raias escuras aparecem no espectro porque os elementos químicos existentes no corpo emissor absorvem certas frequências da luz visível formando um padrão típico de cada elemento, de forma que a identificação desses padrões permite identificar também que elementos químicos estão presentes nos astros observados (estrelas, planetas, etc.).^{xxxiv}

Se **uma fonte de luz** (emitindo o raio de luz da figura 28-a) se aproxima velozmente de um observador, as ondas tendem a se comprimir à sua frente (fig. 28-b), aumentando sua frequência, de forma que o observador perceberá que as raias espectrais sofrem um desvio (de sua frequência natural) para a extremidade azul do espectro.

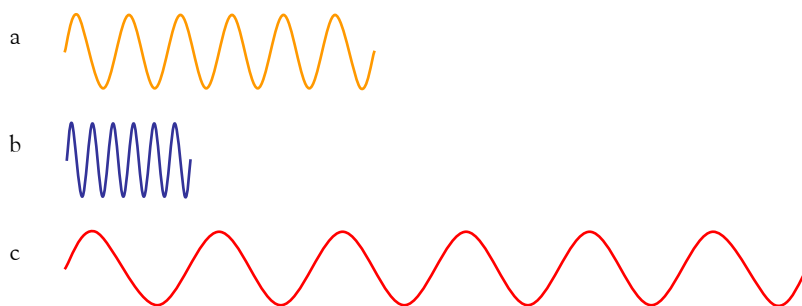


Fig. 28. Efeito Doppler

Ao contrário, se essa fonte de luz se afasta rapidamente, as ondas atrás dela tendem a alongar-se (fig. 28-c), diminuindo a frequência, e o observador verá que as raias se deslocam para a extremidade vermelha do espectro, ou seja, sofrem um desvio para o vermelho.

É este o significado das expressões **desvio para o azul** (*blueshift*) e **desvio para o vermelho** (*redshift*).

Após essa breve explanação, vamos recorrer mais uma vez a Paulo, que vai realizar outra experiência no interior de seu compartimento em queda livre.

Usando sua lanterna, ele projeta um raio de luz a partir do chão na direção do teto de seu compartimento. Para ele, a luz terá suas características de cor e frequência normais (isto é, pelo exame da luz não poderá saber que o compartimento está em queda livre). Mas de que jeito Ana, do lado de fora, veria esse raio de luz se olhasse o compartimento estando acima dele?

Ora, como a fonte de luz está “caindo” com o compartimento, portanto afastando-se do observador que está acima, as ondas de luz sofrem o alongamento descrito e Ana vê essa luz sofrer um desvio para o vermelho.

Como gravidade e aceleração são indistinguíveis, conclui-se que: **num campo gravitacional, a luz sofre o efeito Doppler relativístico e desvia-se ou para o vermelho ou para o azul, conforme a fonte se afaste ou se aproxime do observador.**

O desvio da luz para o vermelho foi uma das previsões de Einstein que vieram a ser plenamente confirmadas, como veremos na parte final.

O DISCO GIRATÓRIO^{xxxv}

Neste exemplo⁹⁶ vamos considerar o seguinte aspecto do movimento acelerado: o corpo em movimento mantém velocidade constante, modificando-se apenas a direção de seu deslocamento.

Observe a figura 29, na qual vemos:

- um disco que gira em seu próprio plano e no sentido da seta. O disco será o sistema S' ;
- um relógio ⁽¹⁾ que está no ponto central de S' ;
- um relógio ⁽²⁾ na borda de S' ;
- um observador em S' , Paulo;
- uma observadora estacionária (Ana) em S , sistema galileano exterior ao círculo no qual valem os resultados da relatividade especial.

Sabemos que o relógio 1 está imóvel. Basta lembrar que no círculo qualquer ponto percorre um caminho maior ao redor do centro que outro ponto mais interno; logo, o ponto central está imóvel. A borda move-se a uma velocidade considerável. Deve-se conceber ainda que S e S' encontram-se numa região do espaço livre (pelo menos aproximadamente) de um campo gravitacional.

Curvatura do espaço-tempo

Vamos refletir inicialmente em como os dois observadores vêem a rotação do círculo e suas consequências.

Ana, em repouso em S , percebe que, sujeito ao movimento rotatório do círculo, Paulo, que se encontra distante do centro, sofre a ação de uma força radial que tende a projetá-lo para fora: essa força será interpretada por Ana como efeito da inércia, é a nossa conhecida força centrífuga. Paulo, contudo, fará um outro julgamento do fenômeno: ele pode considerar que seu referencial se encontra em repouso, já que o princípio da relatividade o autoriza a isso, e assim sendo irá interpretar a força que atua sobre seu corpo como efeito de um campo gravitacional.

Medições então são feitas nesse sistema. Quais os resultados obtidos?

Ana, dispondo de um instrumento de medição preciso, conseguiu tomar uma medida do círculo em movimento e determinar seu raio e sua circunferência.

Ao determinar esses valores a partir de S segundo a fórmula do perímetro da circunferência, e relacionar o valor da circunferência (C) com o do raio (R), Ana irá encontrar um valor igual a duas vezes π (2π):

$$C = 2\pi R$$

Esse resultado não nos é estranho: trata-se da equação da circunferência. O que acontece se Paulo decidir-se a medir o raio do círculo?

⁹⁶ Extraído de Einstein, A. [1916/2000].

Para isso ele usará, digamos, uma régua tão precisa e sofisticada quanto a de Ana, e, uma vez que ele aplica essa régua no sentido radial (isto é, transversal ao do giro do círculo), Ana vê que seu amigo obtém um resultado equivalente. Ambos chegaram ao mesmo resultado para o raio do círculo.

Mas o que acontecerá se Paulo aplicar sua régua para tomar a circunferência do círculo?

Lembrando que, de acordo com a relatividade especial, um corpo sofre uma contração na direção de seu movimento, todo o sistema contido no círculo giratório sofrerá essa contração: não só o instrumento usado, mas o próprio Paulo, de forma que ele encontrará um valor para a circunferência que será perfeitamente normal para ele.

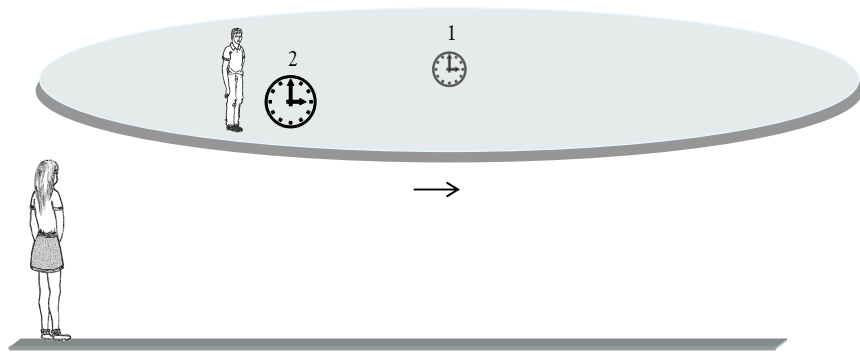


Fig. 29. O círculo giratório

Contudo, para Ana, que vigia com cuidado a experiência, o resultado será diferente: Ana verá seu amigo em movimento aplicar a régua (encolhida) um número maior de vezes e, portanto, encontrar uma medida maior!

Ora, se o valor de C medido por Paulo (que para ele parece normal) é maior para Ana do que a medida que ela própria encontrou, ao medir de seu posto estacionário, a relação entre C e R já não será igual a 2π , e sim **maior** que esse valor!

O que isto significa?

Significa que o valor obtido por Ana é aquele encontrado na chamada geometria euclidiana, enquanto que o valor obtido por Paulo corresponde a uma geometria não-euclidiana.

Qual a diferença?

A geometria euclidiana é chamada geometria plana, pois descreve figuras numa superfície plana, como uma folha de papel ou a superfície de uma mesa. Nela, como vimos, a relação entre o comprimento da circunferência (C) e o seu raio (R) é igual a 2π .

Nas geometrias não-euclidianas essa relação resultará em valores maiores ou menores que 2π , como foi visto. Uma geometria não-euclidiana não descreve uma superfície plana, mas curva, seja esférica, seja em forma de sela (fig. 23-b e 23-c), onde as propriedades da geometria plana não se verificam: como foi dito, as

paralelas se encontram e a soma dos ângulos internos de um triângulo é diferente de 180° .

Novamente, o que isto significa?

Significa que Einstein, ao penetrar (com relutância) no terreno da geometria não-euclidiana, utilizando como ferramenta a matemática desenvolvida por B. Riemann, desenvolveu as equações da relatividade geral que descrevem um espaço curvo, e não plano, espaço no qual a menor distância entre dois pontos é uma linha curva. Essa curvatura, já nos referimos a ela ao estudarmos o princípio da equivalência forte, conforme o qual na presença de grandes concentrações de matéria o espaço sofre uma distorção. Isto está de acordo com o resultado obtido na experiência mental do disco: uma grande concentração de matéria implica em ação gravitacional; o disco está acelerado, e aceleração não se distingue de ação gravitacional; não devemos estranhar que essa experiência conclua por uma curvatura no espaço.

Mas a relatividade geral fala também de uma *curvatura do tempo*.

A curvatura do tempo pode ser descrita da seguinte maneira: vimos que no disco giratório há dois relógios, um no centro e outro na borda. O relógio 1 está em repouso em relação ao relógio 2, que se desloca em volta do primeiro num movimento acelerado.

Paulo encontra-se no disco, e ao comparar os dois relógios percebe que os ponteiros do relógio 2 marcham mais vagarosamente (de acordo com a relatividade especial), isto é, o relógio atrasa. Assim ele resolve apanhar o relógio 1 e avançar com ele até a borda. A cada certa distância ele pára e compara o tempo, e percebe que à medida que avança do centro do círculo para a borda, os ponteiros do relógio 1 marcham mais vagarosamente, de forma que gradativamente o tempo sofre uma modificação (curvatura) em seu ritmo de passagem (traçados num gráfico, esses valores mostrariam uma curva).

Essas observações levaram Einstein ao salto final: explicar a gravidade, já não como uma força que atrai os corpos, mas como uma curvatura do espaço-tempo. Assim o espaço-tempo plano de Minkowski deverá ser substituído, na nova formulação, por um espaço-tempo curvo.^{xxxvi}

RELATIVIDADE GERAL

Em síntese, o que diz a teoria?

Ainda que seja muito avançada a matemática da relatividade geral, a idéia contida na teoria é simples: diz que a gravidade **deixa de ser tida como uma força, passa a ser entendida como o resultado da geometria do espaço**. Grandes concentrações de matéria deformam o espaço, encurvando-o, de maneira que o que se chama força atrativa não é mais que a aceleração dos corpos pelas depressões do espaço causadas pela presença de grandes massas. Em sua órbita, os planetas percorrem caminhos ao longo de paredes internas de uma depressão do espaço, criadas pelo Sol. A curvatura do espaço implica — como foi dito na seção anterior — numa curvatura do tempo, pois, como sabemos desde o conceito de espaço-tempo de Minkowski, tudo que afeta o espaço também afeta o tempo.

Para compreender essa curvatura, vamos usar uma analogia simples: o espaço será representado pela superfície plana de uma placa espessa de espuma de *nylon*, macia e flexível.

Na ausência de massa, o espaço é plano e pode ser comparado à superfície referida (fig. 30). Se nesse espaço plano fosse colocada uma certa quantidade de matéria, o que ocorreria?

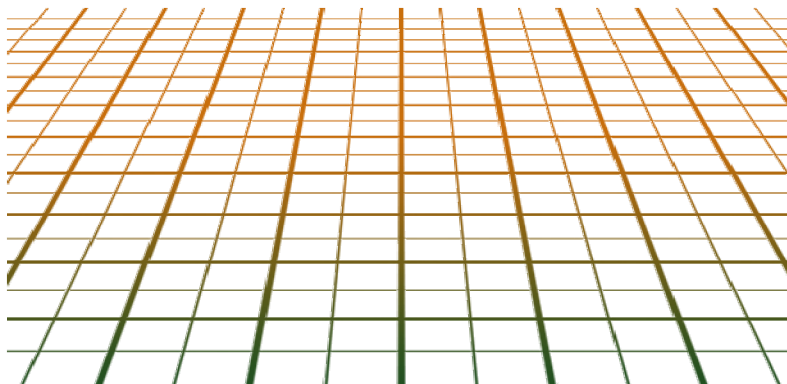


Fig. 30. Espaço plano

De acordo com a física newtoniana, não ocorreria nada, pois para Newton o espaço, assim como o tempo, não sofre qualquer influência exterior.

Mas o que a relatividade geral nos ensina é muito diferente.

Vimos que:

- a força gravitacional é indistinguível do movimento acelerado (conforme o princípio da equivalência forte);
- o movimento acelerado determina relações com o espaço curvo.

O que se conclui?

Que: se a gravidade é produzida pela presença de matéria no espaço (o Sol, por exemplo), o espaço à volta dessa matéria sofre uma curvatura, a qual afeta, por sua vez, corpos que se encontram nas suas vizinhanças.

Voltemos à analogia: se pusermos uma esfera pesada sobre a placa de espuma de *nylon*, a esfera irá fazer com que a espuma afunde, produzindo uma mocha, que é bastante acentuada no local onde a esfera foi posta mas que vai se atenuando à medida que se afasta dela. Se uma pequena esfera for movimentada sobre a superfície (o leitor pode fazer esse experimento), ao passar pela curvatura produzida pela esfera maior, a esfera menor não segue uma linha reta mas, de acordo com o impulso recebido, percorre uma linha curva (fig. 31).⁹⁷

O que ocorre no espaço é algo similar: a presença, p. ex., do Sol causa uma

⁹⁷ Nessa analogia ocorre a grave imprecisão de representar-se o espaço tridimensional através de um objeto bidimensional: uma superfície plana. Outra observação a ser feita acerca do exemplo dado é a gravidade “puxar” a esfera para baixo, fazendo com que a superfície de espuma afunde: no espaço é a matéria que cria a gravidade. Não há nada “puxando” a matéria “para baixo”. No entanto, apesar das imprecisões, a analogia permite razoável visualização do fenômeno.

deformação ou curvatura do espaço à sua volta, sendo essa curvatura mais acentuada nas imediações do astro, e menos à medida que se afasta dele. É essa curvatura que conhecemos como gravidade, tanto mais forte quanto mais próxima do Sol, e que mantém os planetas presos em sua órbita. Da mesma forma, a Terra produz uma curvatura no espaço e mantém a Lua em órbita, e nós e tudo que nos cerca presos à sua superfície.

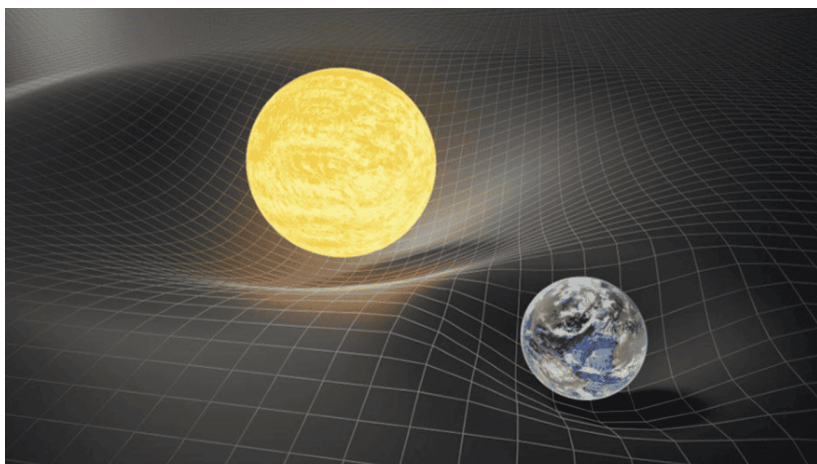


Fig. 31. Espaço curvo

Quanto maior a quantidade de matéria, mais forte o campo gravitacional, ou, em outras palavras, maior a curvatura do espaço, assim como no exemplo da figura 31: quanto maior a esfera sobre a superfície de espuma, maior o afundamento produzido. Objetos pequenos, que possuem uma quantidade insignificante de matéria, também produzem uma deformação — igualmente insignificante — no espaço.

Uma demonstração disso, como veremos na próxima parte, é a curvatura do raio de luz. A luz, por sua própria natureza, toma sempre o caminho mais curto. Num universo plano, esse caminho seria uma linha reta. Se a luz ao passar nas proximidades de um forte campo gravitacional sofre sua influência e (percorrendo a trajetória mais curta possível) traça uma linha curva, significa que naquele ponto o espaço encurva-se.

Com essa nova visão introduzida pela relatividade geral, vemos que o espaço já não é passivo como um palco onde se dão os acontecimentos, mas participa dos acontecimentos — e como aquilo que sofre uma ação produz uma reação, quando a matéria obriga o espaço a curvar-se, este força a matéria a mover-se de acordo com a nova configuração adquirida.

A resolução do conflito?

No início desta terceira parte referimos um conflito entre a relatividade especial e a gravitação newtoniana: nesta, a ação gravitacional parecia exercer-se

imediatamente sobre os corpos, independentemente da distância entre eles, ao passo que na relatividade especial a velocidade da luz é descrita como uma velocidade limite, o que significa que nenhuma influência pode ser exercida nem nenhum sinal pode ser transmitido mais rapidamente.

Com a nova visão da gravidade proporcionada pela relatividade geral, já não como uma força mas como o resultado da geometria do espaço modificada pela presença de matéria, esse conflito se resolve?

A resposta é positiva: na descrição feita pela relatividade geral, as ondas gravitacionais deslocam-se à mesma velocidade da luz, desfazendo a idéia de que a gravitação é uma força que age imediatamente entre os corpos.

Para exemplificar, imaginemos um planeta que orbita uma estrela a uma distância de uma hora-luz. Tal estrela em algum momento irá explodir numa supernova, e quando isso acontecer grande parte de sua massa será atirada e espalhada pelo espaço, de maneira que o que restar da estrela terá uma massa menor, com drástica alteração em seu campo gravitacional. No entanto o planeta não será influenciado de imediato por essa alteração gravitacional, mas somente após o transcurso de uma hora.

E o tempo?

A dilatação gravitacional do tempo

A analogia contida nas figuras 30 e 31, além dos inconvenientes mencionados em nota, tampouco inclui o tempo. Nesta seção veremos de forma simples como o tempo, que já sofreu uma modificação pela relatividade especial, é influenciado na geral.

A dilatação gravitacional do tempo é um fenômeno que ocasiona uma dilatação do tempo (isto é, uma diferença real do tempo decorrido entre dois eventos, medido por observadores situados a distâncias variáveis de um corpo de grande massa) em razão do maior ou menor potencial gravitacional. Quanto mais próximo o relógio se encontra da fonte de gravitação, menor é o seu pontencial gravitacional e mais lentamente o tempo passa. O fluxo do tempo acelera à medida que o potencial gravitacional aumenta (ou seja, à medida que o relógio se distancia da fonte de gravitação).

Além de ter sido demonstrado observando-se que relógios atômicos em altitudes diferentes (e, portanto, em potenciais gravitacionais diferentes) mostram horários diferentes, o fenômeno foi confirmado diretamente pela primeira vez pelo Experimento de Pound-Rebka em 1959, e mais tarde refinado pela Gravity Probe A e outros experimentos.⁹⁸

Uma maneira de compreender a dilatação gravitacional do tempo é a seguinte: ao se afastar de um campo gravitacional criado por um corpo massivo

⁹⁸ Ver subtítulos “O desvio para o vermelho” e “A dilatação gravitacional do tempo, arrasto de referenciais e o efeito geodésico”, na quarta parte.

como uma estrela, um raio de luz perderá energia para vencer a atração gravitacional, ocorrendo um desvio para o vermelho (fenômeno previsto pela relatividade geral, conforme veremos); com isso o raio de luz sofre um aumento em seu comprimento de onda, conseqüentemente uma diminuição na sua frequência.

Ora:

— se a luz sofre uma diminuição em sua frequência; e

— se ela mantém velocidade constante,

então o número de ondas que passam por um observador fixo em um segundo diminui à medida que o comprimento de onda aumenta. Através desse fenômeno observa-se o efeito da dilatação gravitacional do tempo.

Pelo exemplo do disco giratório, vimos que Paulo resolve apanhar o relógio 1 (que está no centro do disco) e conduzi-lo até a borda. Em certos pontos do percurso ele se detém e compara o tempo marcado por ambos os relógios, e percebe que à medida que se aproxima da borda os ponteiros do relógio 1 “andam cada vez mais devagar”.

Vimos que Paulo e os relógios, naquele exemplo, estavam expostos a um movimento acelerado. Sendo a aceleração e a gravidade indistinguíveis, conclui-se que o tempo também é influenciado pela gravidade, donde se chega a uma outra conclusão surpreendente: num campo gravitacional suficientemente forte (o de um buraco negro), o tempo pára.⁹⁹

TEMPO UNIVERSAL

Após verificarmos que a teoria da relatividade prevê distorções no tempo como resultado do movimento e dos campos gravitacionais a que os variados sistemas de referência podem estar sujeitos, surge naturalmente uma dúvida: se, ao contrário do que afirmava Newton, não existe um tempo absoluto, mas diferentes noções de tempo de acordo com os diferentes referenciais, parece contraditório que a cosmologia determine a idade do universo como de aproximadamente 13,7 bilhões de anos transcorridos desde o Big Bang — a grande explosão que deu origem ao Universo. Não seria essa idade um tempo universal absoluto?

Essa aparente contradição é explicada como se segue:¹⁰⁰ a expansão por que vem passando o universo desde o Big Bang pode ser compreendida numa analogia com um balão de borracha que infla, na superfície do qual se desenham alguns pontos que representarão as galáxias. À medida que o balão infla, aumentando de tamanho, cada ponto se afasta igualmente de todos os outros. Vamos imaginar que em cada galáxia haja um relógio sincronizado com todos os demais. Esses

⁹⁹ A experiência do disco giratório é equivalente à seguinte descrição: Paulo desce por uma corda conduzindo um relógio em direção a um campo gravitacional fortíssimo (o de uma estrela de nêutrons, p. ex.), enquanto Ana continua na espaçonave (estacionária em relação a esse campo) com outro relógio, tendo ambos os relógios sido inicialmente sincronizados. Ana percebe que à medida que Paulo avança pela escada de corda em direção à estrela de nêutrons (e experimenta o campo gravitacional, enquanto no disco giratório experimenta a aceleração), o relógio dele começa a atrasar (“a andar mais devagar”) em relação ao seu, e quanto mais se aproxima maior é o atraso. Próximo a uma estrela de nêutrons o ritmo do relógio de Paulo será de 76% em relação ao de Ana!

¹⁰⁰ Greene, B. [2001].

relógios se encontram inicialmente muito próximos uns dos outros (fig. 32-a), pois as galáxias estão muito próximas; à medida que o universo se expande eles se distanciam igualmente entre si (fig. 32-b), e como o espaço é inteiramente simétrico, cada relógio experimenta condições físicas idênticas, portanto marcarão o tempo no mesmo ritmo.

A relatividade nos diz, no entanto, que relógios submetidos a velocidades diferentes registrarão tempos diferentes, e como as galáxias mais distantes (segundo a lei de Hubble) movem-se a velocidades maiores, seria de esperar que os relógios associados a elas registrassem tempos diversos. Isso não acontece, porém, por duas razões muito simples: a primeira, é que cada relógio se move com a expansão do espaço, e não através do espaço, o que conduz à não-violação da relatividade especial; a segunda, é que quando dizemos que as galáxias mais distantes movem-se a velocidades maiores, fazemos tal afirmação a partir do nosso referencial; um observador situado, porém, numa dessas galáxias faria legitimamente a mesma observação em relação às demais galáxias incluindo a nossa, o que significa que essa “velocidade maior” é apenas relativa.

O tempo cósmico, medido por esse conjunto especial de relógios, constitui um tempo universal, como o tempo que Newton supôs aplicar-se a todos os observadores. Essa escala de tempo dominante é o que permite aos cosmologistas datar os eventos da história cósmica. Determinar, porém, a idade exata do universo não é uma tarefa simples: tal estimativa vem sofrendo modificações ao longo da história da Cosmologia, sendo atualmente calculada em torno dos 13,7 bilhões de anos.

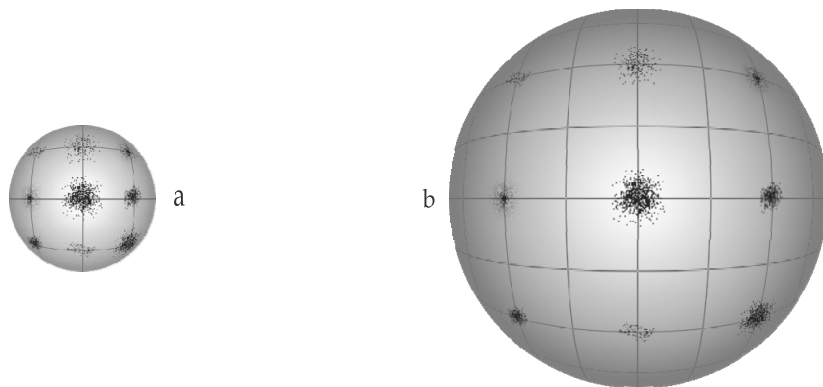


Fig. 32. Tempo universal

O PRINCÍPIO DE MACH

Ernst Mach (1838-1916) foi um físico e filósofo austríaco, professor de Matemática em Graz (1864 a 1867), de Física em Praga (1867 a 1895) e titular da cadeira de História e Teoria da Ciência Indutiva na Universidade de Viena de 1895 a 1901, ano em que foi nomeado membro da Câmara dos Pares pelo imperador da Áustria, além de ser autor de vários livros.

Mach foi um dos poucos pensadores científicos a criticar o tempo e o espaço newtonianos e a hipótese do éter (bem como os conceitos de átomos e moléculas), que qualificou de “obscuridades metafísicas” e procurou substituir por preceitos firmados em dados empíricos. Diz ele: “Os mais simples princípios mecânicos são de caráter muito complicado. (...) Não podem de forma alguma ser considerados como verdades matematicamente estabelecidas, mas apenas como princípios que não só admitem controle constante pela experiência, como na realidade o exigem”. O espaço, a seu ver, não seria absoluto conforme Newton afirmava, não seria “algo”, mas sim uma expressão de inter-relações entre acontecimentos, e todo movimento — não apenas o movimento uniforme — seria relativo, isto é, só se podia dizer que um corpo está em movimento se sua posição pudesse ser comparada com a posição de outros corpos, descartando como sem sentido a idéia do movimento independente da Terra pelo espaço invisível. “Todas as massas e todas as velocidades, e em consequência todas as forças são relativas” disse.

Selo comemorativo

Ernest Mach

Para compreender melhor o significado desse princípio, vamos abordar aqui uma famosa experiência de Newton, a do balde em rotação: consideremos um balde contendo certa quantidade de água suspenso por uma corda. Nessa situação o balde está imóvel (em repouso) em relação à Terra e a superfície da água é plana. Em dado momento, um mecanismo imprime ao balde, através da corda, uma rotação com velocidade angular constante, da mesma forma em relação à Terra. Observa-se que: [1] o balde roda mas a superfície da água mantém-se, inicialmente, plana; [2] em seguida, porém, a rotação do balde se comunica por atrito à água, que começa a rodar e sua superfície se deforma, tornando-se côncava no centro enquanto a borda se eleva junto à parede interna do balde; [3] quanto mais rapidamente rodar o balde, maior será a rapidez de rotação da água em seu interior até que a rapidez da rotação do balde e a da água se equiparam, e a superfície permanece côncava; [4] subitamente pára-se o balde, situação em que se observa que a água continua a girar por algum tempo com sua superfície ainda côncava até que a água também vai parando, e quando reassume sua posição de repouso a superfície volta a ficar plana.

gumenta que não é em relação ao balde, pois em ① e em ④ existe um movimento relativo entre a água e o balde, mas o comportamento da água não é o mesmo, ou seja, no primeiro caso a superfície é plana e no segundo, côncava; em ③, contudo, quando a velocidade do balde e a da água se equiparam, já não há movimento relativo entre ambos, porém a superfície da água continua côncava. Newton, então, responde: a água assume tal superfície curva devido à aceleração em relação ao espaço absoluto.

Mach, porém, atribui a aceleração da água, em que sua superfície se torna côncava, em relação não a um espaço absoluto, mas à distribuição de toda a massa do Universo.

Em 1897, por sugestão de Ângelo Besso, Einstein teve seu primeiro contato com o pensamento de Mach através do livro *Die Mechanik in ihrer Entwicklung* (A Ciência da Mecânica), de 1883, ao qual, em carta a Mach datada de 1909, se referiu como aquele — dentre todos os seus livros — que mais admirava.

A influência do pensamento de Mach sobre Einstein foi grande, tendo o pensador austríaco se mostrado inicialmente favorável à relatividade, tanto à especial quanto às investidas intermediárias de Einstein à teoria geral: em carta a ele datada de 1909 diz Einstein: “Estou muito contente por gostar da teoria da relatividade” e, em 1913, em outra carta, referindo-se então ao artigo que publicou naquele ano tendo como colaborador Marcel Grossmann, fala de sua satisfação com o “interesse amigável que manifesta pela nova teoria”, porém, em seus últimos anos Mach já não a aceitava.

A consideração de Einstein por Mach, contudo, não arrefeceu, e em 18 de setembro de 1930, em carta a A. Weiner, comentou que a reação de Mach à relatividade seria resultado “de uma capacidade de absorção diminuída com a idade, pois nesta teoria a direção geral do pensamento está em concordância com a de Mach, de modo que se justifica considerar Mach como o precursor da teoria da relatividade geral”.

Como a relatividade interpreta a experiência com o balde? A relatividade especial, como foi dito, substitui a noção newtoniana de espaço absoluto e tempo absoluto por um outro conceito absoluto: o espaço-tempo, conforme a descrição de Minkowski, e sendo assim, a água do balde acelera em relação a esse espaço-tempo. A relatividade geral, contudo, incorpora parcialmente as idéias de Mach, no sentido de que o campo gravitacional experimentado por um corpo é resultado, em última análise, da influência de toda a massa distribuída pelo Universo, sendo que as massas maiores e mais próximas exercem influência mais intensa. Contudo, mesmo em um universo vazio, onde o campo gravitacional seria nulo e o espaço plano — caso em que se reduz às previsões da relatividade especial —, a água haveria de acelerar em relação a esse espaço (ou seja, o espaço-tempo da relatividade especial).¹⁰¹

Com o passar do tempo, Einstein compreendeu que o *princípio de Mach* não era integralmente descrito pela relatividade geral e perdeu seu interesse por ele.

¹⁰¹ Tal descrição é aqui apresentada apenas *en passant*. Para uma abordagem minuciosa do assunto, ver Greene, B. [2005], caps. 2, 3 e 4.

Em 2 de fevereiro de 1954 escreve ao colega F. Pirani: “Na realidade, nunca mais deveríamos falar do princípio de Mach”.

Tal princípio, contudo, jamais foi abandonado e constituiu um tema muito rico de interesse e de investigação pelos anos afora.

IV: Verificação da Relatividade Geral

“Não considero que o significado principal da teoria da relatividade geral seja a previsão de uns diminutos efeitos observáveis, mas antes a simplicidade de seus fundamentos e sua consistência” — **Albert Einstein**, *Forum Phil.*, 1930

ESTARÁ CORRETA A RELATIVIDADE GERAL?

David Bohn¹⁰² discute a noção de “verdades eternas ou absolutas” em relação às leis da Ciência que descrevem os diversos aspectos da Natureza, e adverte para a necessidade de conservarmos a idéia de que, ainda que experimentalmente verificada, esta ou aquela lei pode vir a ser derrubada e substituída por outra de maior abrangência.

O que Bohn pretende nos dizer é que uma determinada lei científica possui um domínio de validade invariavelmente limitado, e que tal lei falha ao tentar extrapolá-lo. Nesse sentido, o que podemos dizer acerca das comprovações da Teoria da Relatividade?

Temos como certo que a relatividade especial, como já referimos, vem sendo amplamente comprovada num sem-número de experimentos, e que a relatividade geral passou por testes importantes ao longo dos anos. O domínio de validade da relatividade geral parece ser muito amplo, porém falha nos espaços diminutos onde prevalecem os efeitos quânticos — donde a necessidade de uma teoria quântica da gravidade, uma das grandes metas da Ciência hoje em dia, mas talvez ainda distante de ser alcançada.

Nesta última parte, contudo, pretendo abordar alguns dos testes pelos quais a relatividade geral passou desde o primeiro, em 1919, até o último, em 2015-2016 através do experimento LIGO. Veremos que alguns inicialmente não foram assim tão concludentes, embora investigações posteriores tenham validado a teoria. Veremos também que existem ainda algumas “pedras” no caminho da relatividade geral, e por último que esta soberba teoria, apesar de tudo, ainda permanece de pé enquanto outras teorias da gravidade não resistiram aos testes experimentais.

Antes, porém de prosseguirmos, vale lembrar as palavras de Albert Einstein: “A grande atração da teoria é a sua consistência lógica. Se, a partir dela, alguma dedução for demonstrada insustentável, a teoria toda deverá ser abandonada. Parece impossível uma modificação sem a destruição da teoria inteira”.¹⁰³

¹⁰² Bohn, D. [1965].

¹⁰³ Villani, A. [1980], citando Einstein [*Out of my later years*, 1950].

Inicialmente vamos falar das primeiras previsões, duas das quais foram verificadas por época da publicação da teoria, uma de imediato e a outra poucos anos depois. Veremos em seguida como, a partir de 1959, depois de muitos anos de “hibernação”, a relatividade geral passou a ser posta à prova por experimentos cada vez mais elaborados, sendo testada com cada vez maior precisão, quando entre outras coisas foi possível comprovar uma terceira importante previsão.

Trataremos, pois:

- 1) Da precessão do periélio de Mercúrio;
- 2) De como a luz segue uma trajetória curva ao passar nas proximidades de um corpo de grande massa;
- 3) Do desvio da luz para o vermelho;
- 4) Do atraso temporal da luz;
- 5) Dos anéis de luz (lentes gravitacionais);
- 6) Dos campos de gravidade intensa;
- 7) Do arrasto de referenciais e do efeito geodésico;
- 8) Das ondas gravitacionais.

A primeira dessas previsões o próprio Einstein testou, aplicando ao problema as equações da relatividade geral recém-finalizada; a segunda surgiu em um artigo publicado em 1911; e a terceira já estava contida no princípio da equivalência, desenvolvido em 1907.¹⁰⁴

Comprovação da teoria (I)

A precessão do periélio do planeta Mercúrio

Em seu movimento de translação, os planetas não sofrem influência gravitacional apenas do Sol: exercem também influência entre si produzindo perturbações que desviam suas órbitas da descrição exata feita pelas leis de Kepler. Dessa maneira, uma linha imaginária que ligue o Sol ao periélio de um planeta (o ponto da órbita mais próximo do Sol) não apontará sempre na mesma direção, ocasionando o que se conhece como precessão do periélio, que faz com que a trajetória elíptica da órbita descreva uma espécie de rosácea no seu plano. O fenômeno é comum a todos os planetas, mas até o século XIX, imperceptível nos demais, só pôde ser observado em relação a Mercúrio.

No ano de 1859 o astrônomo francês Joseph Le Verrier, através de um detalhado estudo da órbita de Mercúrio, mostrou que a mesma não se fechava, isto é, a cada volta em torno do Sol o planeta ocupava um ponto diferente no espaço (fig. 33).

O método para demonstrar tal efeito consiste em observar o periélio do planeta e verificar como ele muda com o passar dos anos. No caso de Mercúrio a precessão equivalia a 574” (segundos de arco) por século. A explicação dada por

¹⁰⁴ O presente livro não comporta uma abordagem detalhada da comprovação de previsões da relatividade geral. O relato dessas comprovações será apresentado de forma sucinta, e ao leitor interessado sugerimos a leitura de Will, C. [1986], Brown, K. [2018], e ainda a pesquisa de informações sobre o assunto disponíveis em diversos *sites* na Internet.

Le Verrier através da mecânica Newtoniana previa que os corpos presentes no Sistema Solar contribuíam com $531''$, restando $38''$ (segundo Le Verrier, corrigido depois pelo astrônomo Simon Newcomb para $43''$) sem uma explicação plausível. Leverrier chegou a sugerir a existência de um outro planeta — Vulcano —, mais próximo do Sol, para explicar a discrepância entre o previsto pela teoria e o que era observado, mas Vulcano nunca foi descoberto. Newcomb, por sua vez, sugeriu uma alteração na lei newtoniana do quadrado da distância, da potência 2 para a potência $2,0000001574$, mas tal correção não se ajustava a outras observações e acabou posta de lado.

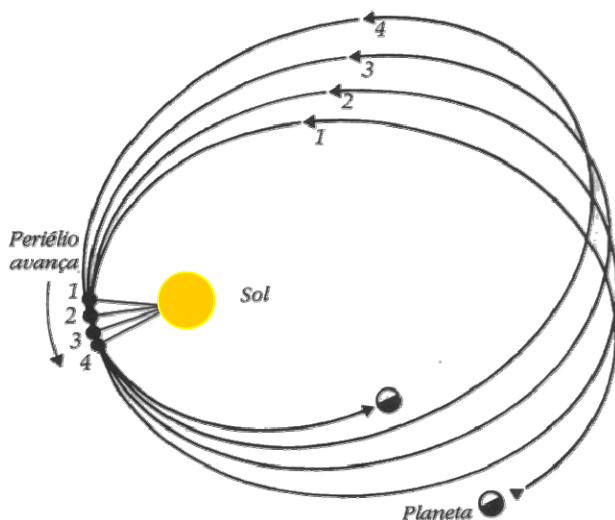


Fig. 33. Precessão do periélio de Mercúrio

Em fins de 1915, Einstein, que lutava para finalizar sua teoria, ciente desse problema resolveu aplicar a relatividade geral para solucioná-lo, e o resultado obtido, $42,98''$, estava — considerando-se as imprecisões experimentais — em total concordância com os $43''$ previstos para o avanço do periélio de Mercúrio.

A partir dos anos sessenta, com o avanço tecnológico (o uso de computadores, as missões especiais, etc.) obtiveram-se confirmações experimentais com maior grau de precisão, quando também se verificou que tanto com Júpiter quanto com a Terra passa-se o mesmo fenômeno; ao mesmo tempo, porém, um acontecimento veio lançar uma dúvida sobre a questão...

Nos dez anos entre 1966-76, uma série de medições feitas no MIT teve como resultado $43,11'' \pm 0,21''$, em perfeita concordância, ainda considerando-se os erros experimentais.

No entanto, em 1966 Robert Dicke e H. Mark Goldemberg levantaram a seguinte questão: será o Sol uma esfera perfeita? Essa pergunta deu origem a um acirrado debate sobre a validade da previsão de Einstein para a discrepância do periélio de Mercúrio.

As observações de Dicke e Goldemberg mostraram que o Sol apresentaria um achatamento nos pólos, resultando numa protuberância equatorial de cerca de 50 partes por milhão. A principal consequência disso seria uma influência no avanço do periélio de Mercúrio, resultando num acréscimo de 3,8" por século na previsão newtoniana, uma diferença que entraria em conflito com a previsão da relatividade geral e que não poderia ser ajustada.¹⁰⁵

No entanto, relata-nos Kevin Brown que as medições feitas por Dick e Goldemberg entravam em contradição com diversas outras medições heliométricas já realizadas que mostravam que os eixos solares não diferiam de mais que quatro partes por milhão, e conclui: "Análises mais recentes dos modos vibracionais do Sol mostraram que o interior está girando aproximadamente na mesma taxa da superfície, de modo que não há mecanismo plausível para que a oblatidade exceda cerca de 1 parte por milhão. Portanto, o consenso atual é que o Sol não é suficientemente oblato para afetar significativamente a previsão newtoniana".¹⁰⁶

Isso nos leva a concluir que os resultados obtidos por Einstein para explicar a precessão do periélio de Mercúrio são válidos.

A curvatura da luz

Segundo uma inusitada previsão da relatividade geral, a luz de uma estrela, ao passar perto de um objeto de grande massa como o Sol, deveria sofrer uma curvatura, sendo desviada de um ângulo de 1,75".

A deflexão da luz de uma estrela ao tangenciar a superfície do Sol já havia sido prevista por Newton, que descrevia a luz como corpuscular e, portanto, sujeita à ação da gravidade. O ângulo de deflexão calculado foi de 0,87". Em 1911 Einstein publica um artigo tratando desse tema e aponta um valor equivalente ao de Newton, pois a exemplo deste, naquele ano Einstein ainda acreditava num espaço plano. Porém em 1915, com a descrição do espaço curvo, o valor foi então corrigido por um fator de 2.

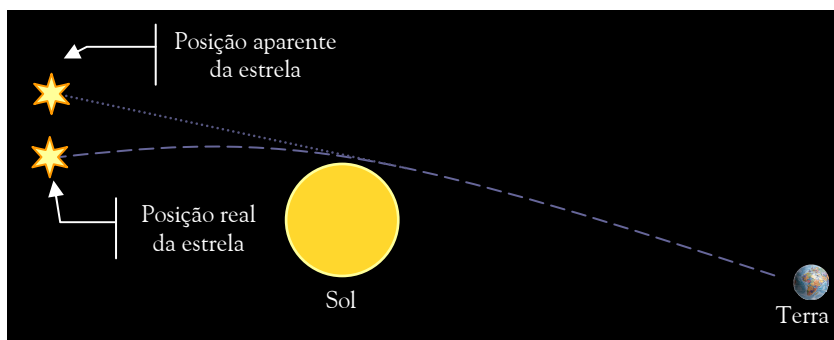


Fig. 34. Curvatura da luz pela gravidade

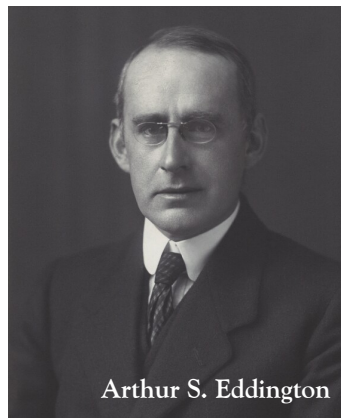
¹⁰⁵ Will, C. [1986]. O livro de C. Will foi publicado em 1986. Até então a questão persistia. Para maiores detalhes sobre a pesquisa de Dicke e Goldemberg e o debate que se seguiu à sua publicação, leia-se a obra indicada.

¹⁰⁶ Brown, K. [2018].

A observação consistiria, em princípio, em determinar-se a posição de uma estrela estando o Sol distante da trajetória de sua luz à Terra e comparando-se a mesma posição quando o Sol estivesse próximo a essa trajetória, quando então seria perceptível uma mudança em sua posição. Para tal observação o Sol deveria estar eclipsado, e o eclipse total de 29 de maio de 1919 seria o “laboratório” por excelência, à época, para o teste.

O teste, dirigido por Arthur Eddington, foi realizado a partir de duas localidades: a Ilha de Príncipe (África) e a cidade de Sobral (Ceará, Brasil), ocasião em que foram feitas diversas fotografias do céu no momento do eclipse.

As observações na Ilha do Príncipe enfrentaram o problema de um céu parcialmente encoberto, tendo sido tiradas dezesseis fotografias, a maioria prejudicada por nuvens. Consta que apenas uma das chapas apresentava qualidade de caráter científico, e a ela se refere o próprio Eddington: “Ela foi medida (...) alguns dias depois do eclipse com uma máquina de medição micrométrica. O problema era determinar como as posições aparentes das estrelas eram afetadas pelo campo gravitacional do Sol, em comparação à sua posição normal em uma fotografia tirada quando o Sol estava fora do caminho. Fotografias normais, para comparação, tinham sido feitas com o mesmo telescópio, na Inglaterra, em janeiro. A foto do eclipse e a foto para comparação foram colocadas, filme a filme, em uma máquina de medição, de modo que as imagens correspondentes ficassem uma sobre a outra, e as pequenas distâncias fossem medidas em direções retangulares. A partir destas os deslocamentos relativos das estrelas poderiam ser calculados (...). E os resultados dessa chapa apresentaram um deslocamento distinto de acordo com a teoria de Einstein e discordando da previsão newtoniana”.

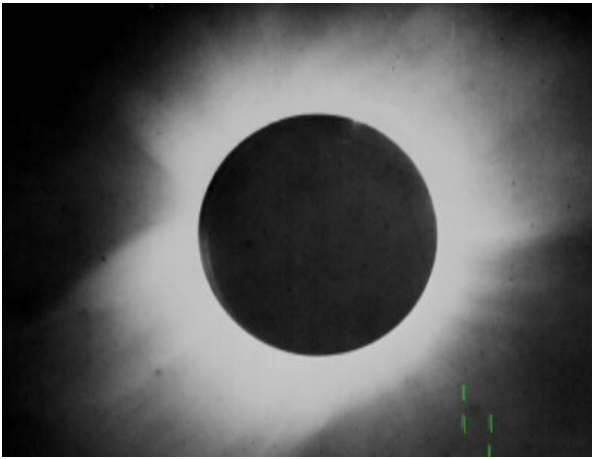


Em Sobral obtiveram-se dezoito fotografias ruins e oito boas. Apesar desse resultado pouco promissor, a posterior comparação com fotografias da mesma área do céu tiradas noutras datas, quando o Sol se encontrava afastado daquele local em relação às estrelas de fundo, pôde-se observar a posição das estrelas e, com efeito, notar um deslocamento das mesmas de sua posição real para uma posição aparente dentro de um ângulo que se estima de acordo com o previsto.^{xxxvii}

Na tabela a seguir vemos os resultados obtidos em algumas experiências dessa mesma natureza realizadas entre 1922 e 1952.

Notam-se discrepâncias nos resultados. Tais discrepâncias, conforme ressalta J. Bernstein, demonstra as dificuldades enfrentadas pelos pesquisadores para obterem um bom grau de precisão em suas experiências, e podem levar-nos a crer que não fornecem uma prova satisfatória.¹⁰⁷

¹⁰⁷ A última expedição destinada a realizar esse tipo de experiência ocorreu em junho 1973, no oásis Chinguetti, na Mauritânia, com apenas uma pequena melhoria nos resultados. Contudo uma outra



Uma das chapas tiradas em Sobral. Os traços verdes representam as estrelas observadas.



Local das observações.

Local	Data	Resultado	Erro
Austrália	21 set 22	1,77	0,40
Sumatra	21 set 29	1,82	0,20
URSS	19 jun 36	2,73	1,31
Japão	19 jun 47	2,13	1,15
Sudão	25 fev 52	1,70	0,10
Brasil	20 mai 52	2,01	0,27

técnica já estava sendo utilizada desde 1969: com o desenvolvimento da radioastronomia tornara-se possível medir a deflexão dos sinais de rádio oriundos de quasares. No caso, foram feitas medições dos quasares 3C273 e 3C279, cujos sinais de rádio, a cada mês de outubro, passavam pelas proximidades do Sol, obtendo-se a cada ano resultados mais precisos. Na última tentativa, em 1975, obteve-se uma redução da margem de erro para 1%.

Com efeito, há mesmo quem considere que Eddington fora precipitado ao noticiar a confirmação da relatividade geral baseando-se apenas nas fotografias de boa qualidade obtidas em Sobral, uma vez que o resultado observável a partir das demais fotos é claramente incompatível com as previsões relativísticas, e que o resultado favorável da medição fora encontrado somente por ser o que já se esperava, de forma que o teste não teria sido concludente.

No entanto, um estudo feito em 1979 pelo Royal Greenwich Observatory,¹⁰⁸ que inclui uma reavaliação das chapas fotográficas de 1919, demonstra de forma convincente que a confirmação da relatividade geral naquele ano foi legítima, conforme se pode observar na tabela a seguir.^{109 xxxviii}

Os telescópios utilizados estão relacionados à esquerda. A coluna central mostra os resultados obtidos na análise das imagens em 1919, incluindo os resultados de dois cálculos diferentes baseados nos dados astrográficos de Sobral. Os resultados obtidos nas novas aferições das placas de Sobral, realizadas pelo RGO e que confirmam os dados de 1919, são mostrados na coluna à direita.

Instrumento	Resultado de 1919	Reanálise em 1979
Príncipe astrographic	$1,61 \pm 0,30$	-----
Sobral – 4 polegadas	$1,98 \pm 0,18$	$1,90 \pm 0,11$
Sobral astrographic	$0,93 \pm 50$	$1,55 \pm 0,34$
	ou	
	$1,52 \pm 0,46$	

Comprovação da teoria (II)

O desvio para o vermelho¹¹⁰

Viu-se, com o exemplo do círculo giratório, que o relógio 2 (na borda do círculo) se atrasa em relação ao relógio 1 devido ao movimento acelerado a que está sujeito, que causa uma dilatação temporal. Como, pelo princípio da equivalência, aceleração e gravidade não se distinguem, pode-se afirmar que num campo gravitacional o tempo se dilata, ou seja, um relógio submetido a um campo gravitacional sofrerá um atraso em relação um outro relógio que não esteja submetido a um campo mais fraco.

Ora, a radiação emitida pelas estrelas converte-se num relógio de grande precisão devido a sua frequência por unidade de tempo, que se altera conforme o campo gravitacional a que esteja sujeita.

Ao se afastar de um corpo de grande massa (p. ex., uma estrela) um feixe de luz deverá vencer a atração gravitacional desse corpo. Como gravidade e aceleração são equivalentes, e como a luz sofre um desvio para o vermelho quando a estrela em aceleração se afasta do observador, a luz da estrela sofrerá, portanto,

¹⁰⁸ Kennefick, D. [1996].

¹⁰⁹ Extraída de Kennefick, D.; Crispino, L. [2019].

¹¹⁰ Einstein comenta com detalhes essa hipótese em Einstein, A. [1916].

um desvio para o vermelho. O fóton, ao deixar a estrela e vencer sua gravidade, perde energia, sofre um aumento em seu comprimento de onda, conseqüentemente uma diminuição na sua freqüência. Isto significa que na mesma unidade de tempo considerada ocorrerá “um número menor de ondas” (em outras palavras, o mesmo número de ondas em seu referencial necessitará de um tempo maior), o que equivale à dilatação do tempo. Tanto mais intenso o campo gravitacional, maior essa dilatação, donde resulta que no interior de um **buraco negro** (descrito mais adiante) o tempo pára em relação a um observador externo.¹¹¹

Já em 1925 medições do *redshift* foram feitas pelo astrônomo norte-americano Walter Adams na luz oriunda de uma estrela companheira de Sírius.

A primeira detecção convincente deu-se em 1960, numa engenhosa experiência de laboratório realizada por R. V. Pound e G. A. Rebka, em Harvard. O ferro-57 é um isótopo radioativo do ferro que absorve e emite um fóton com uma freqüência bem definida (aproximadamente 3×10^{18} Hz). O experimento, tendo como base o efeito Mössbauer,^{xxxix} foi realizado enviando fótons emitidos pelo Fe-57 da base ao topo de uma torre com cerca de 22,5 metros de altura, em seu laboratório, e medindo os desvios de freqüência entre a base e o topo. Foi observado que a freqüência no topo era menor que na base da torre com uma incerteza de 10% em relação ao previsto pela relatividade geral. Um experimento posterior mais sofisticado, realizado por Pound e Snider, comprovou a teoria com maior precisão, reduzindo a incerteza para 1%.¹¹²

O quarto teste — O atraso temporal da luz

Em fins de dezembro de 1964 foi publicado na *Physical Review Letters*, por Irwin Shapiro, do MIT, um artigo intitulado “O quarto teste da relatividade geral”, tratando do que ficou conhecido como o atraso do tempo,¹¹³ um teste concebido pelo próprio Shapiro em 1961, a ser realizado quando da ocorrência de um fenômeno conhecido como *conjunção*.

O Sol, a Terra e outro planeta estão em *conjunção* quando se encontram alinhados, com o Sol entre ambos os planetas. É dito *conjunção* quando se trata de um planeta externo à órbita da Terra. Para os planetas internos, **conjunção superior** quando o sol está entre a Terra e o planeta, e **conjunção inferior** quando o planeta está entre a Terra e o Sol (fig. 35).

Na situação próxima de conjunção ou de conjunção superior, um sinal de radar é enviado da Terra em direção ao planeta, passando próximo à superfície do Sol. Um reflexo desse sinal na superfície do planeta será observado na Terra (numa viagem de ida e volta) com um pequeno atraso (250 μ s) em relação ao que seria de esperar se não houvesse nenhuma grande massa no caminho do sinal. Tal

¹¹¹ O leitor deverá entender isso apenas como um “modo de falar”, uma vez que nada se sabe do que acontece de fato no interior de um buraco negro.

¹¹² Apenas a título de curiosidade, referimos que a diferença no transcurso do tempo entre a superfície e o centro da Terra, considerando-se sua idade de 4,5 bilhões de anos, é de efetivamente dois anos e meio (o núcleo é, portanto, 2,5 anos mais jovem que a superfície do nosso planeta).

¹¹³ O conceito de “atraso temporal” é complexo e os detalhes fogem ao escopo deste livro. O leitor interessado encontrará informações mais amplas em Will, C. [1986].

atraso se deve em parte ao desvio para o vermelho, e em parte à curvatura do espaço-tempo nas proximidades do Sol.

Shapiro mantivera seus cálculos guardados durante dois anos por não haver, à época, possibilidade de localizar um planeta em conjunção devido às grandes distâncias. Mas naquele ano finalizava-se a construção da antena de Haystack, em Westford, Massachusetts, a qual possibilitaria os testes. Tal fato estimulou-o a publicar seus cálculos, na expectativa de obter uma confirmação.

Também no ano de 1964, a idéia de um atraso no tempo estava em investigação no Jet Propulsion Laboratory (JPL), em Pasadena, na Califórnia. Naquele ano, Duane Muhleman e Paul Reichley calcularam o atraso previsto pela relatividade geral para o caso de Vênus próximo da conjunção inferior, medindo um atraso de 10 μ s no final de tempos de viagem de raios de radar.

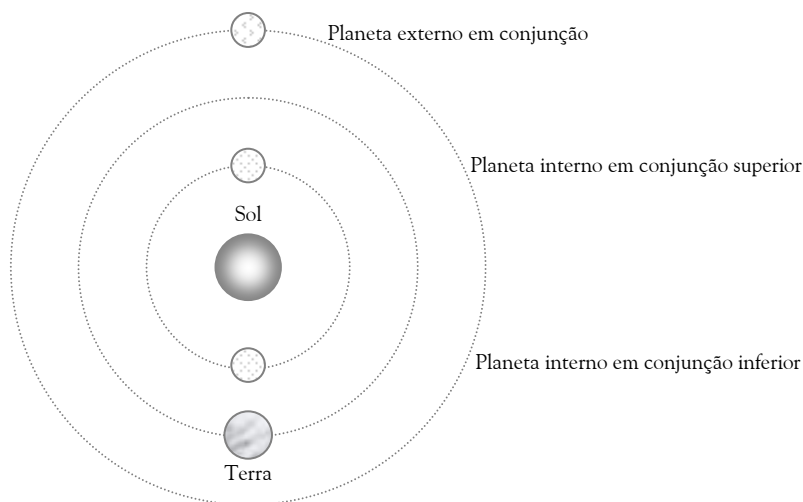


Fig. 35. Conjunção

A história dos testes que se sucederam é bastante longa e cheia de detalhes, mas as medições feitas com a antena de Haystack em relação ao planeta Vênus e, posteriormente, através das missões Mariner no final da década de 60, com o planeta Marte, resultaram numa concordância satisfatória com as previsões teóricas, numa margem de erro de 3% (um expressivo ganho em relação a medições anteriores, que haviam obtido uma margem de erro de 20%). Finalmente, no ano de 1977, com as missões Viking em Marte, novas medições resultaram numa aproximação ainda maior, com margem de erro de apenas 0,1%.

Devemos ressaltar que essa previsão é exclusiva da relatividade geral. Outras teorias da gravitação, como a teoria de Brans-Dick, apontam resultados em desacordo com as observações. Este foi, portanto, um quarto e importante teste da relatividade geral.¹¹⁴

¹¹⁴ Também em Will, C. [1986] a história da confirmação das previsões de Shapiro e da equipe do JPL é narrada em detalhe.

Consequências

Expansão do universo

Até as duas primeiras décadas do século XX ainda se acreditava que o universo era estático e imutável, mas em suas implicações cosmológicas a relatividade geral deixava implícito o contrário: o universo poderia estar expandindo-se ou mesmo colapsando, mas não seria estático.

Mesmo Einstein, cujo pensamento fora capaz de desafiar a gravitação de Newton, mostrou-se conservador quanto a esse aspecto. Sabia-se, p. ex., que as estrelas se movimentavam mais ou menos aleatoriamente pelo espaço, mas não havia nenhum indício em seu movimento que sugerisse expansão ou contração.

Para resolver esse conflito entre a teoria e os dados observáveis, Einstein então introduziu uma constante em suas equações que se tornou conhecida como “constante cosmológica”, simbolizada pela letra grega λ (lambda), para voltar a ter uma descrição estática do universo. O matemático russo Aleksandr Friedman descobriu, no entanto, que Einstein ao introduzir a referida constante cometera um erro de álgebra, de forma que nem mesmo a constante mantinha o universo estático: corrigido o erro, a relatividade geral voltava a descrever um universo dinâmico.¹¹⁵

Em 1917, mesmo ano em que Einstein introduziu a constante cosmológica, o astrônomo norte-americano Vesto Slipher publicou um trabalho contendo o primeiro indício de que o universo estaria se expandindo. Tal indício constava de um grande desvio para o vermelho de várias nebulosas observadas que indicava ser o efeito Doppler de galáxias espirais afastando-se umas das outras, e todas da Terra. Duas dessas espirais examinadas deslocavam-se a mais de 1.600.000 km/h.

George Lemaitre, em 1927, publicou um artigo profético associando os desvios para o vermelho observados ao universo em expansão da relatividade. Para Lemaitre, o universo em expansão sugeria que as galáxias que hoje estão distantes um dia estiveram muito próximas, e concluiu que houve um tempo em que toda a matéria do universo esteve concentrada num único ponto, uma “singularidade matemática”. Foi a partir dessa idéia que teve origem aquela que ficou conhecida como Teoria do Big Bang, que descreve a origem do Universo como uma grande explosão.^{xl}

Hubble em 1929 estudou vinte e cinco galáxias¹¹⁶ em que se observaram desvios para o vermelho. Com base nesses desvios calculou as distâncias, traçando um gráfico que indicava uma correlação direta entre distância e velocidade de recessão: nesse gráfico confirmava-se a expansão cósmica.^{xli}

¹¹⁵ Cf. T. Ferris. Cf. B. Greene, Einstein teria inicialmente considerado que Friedman estava errado, tendo reconsiderado seu ponto de vista publicamente quando o russo demonstrou que não havia erro em seus cálculos. Einstein nunca simpatizou com a constante cosmológica que se viu obrigado a inserir para conter a contração ou a expansão do universo, e mais tarde a classificou como seu maior erro. Estudos modernos, no entanto, revelam que talvez exista de fato uma constante cosmológica, de valor ainda não determinado.

¹¹⁶ Eram confirmadas mesmo como galáxias por ter sido descoberto nelas um tipo especial de estrelas chamadas “cefeidas”, de brilho variável que, entre outras propriedades, permite a identificação da distância das galáxias.

A contribuição da relatividade geral para o conceito de um universo em expansão foi um dos maiores feitos intelectuais de todos os tempos.

Os buracos negros

No dia 10 de abril de 2019, concluindo uma pesquisa iniciada dois anos antes, em abril de 2017, os cientistas da Fundação Nacional de Ciência dos Estados Unidos e do projeto Event Horizon Telescope (EHT) publicaram a primeira fotografia de um buraco-negro, o M87*, situado no centro da galáxia M87, a 53,5 milhões de anos-luz de distância da Terra — um marco histórico nas previsões da relatividade geral, após mais de cem anos da publicação da teoria.

Foi, porém, no ano de 1916 que, baseando-se nas equações da relatividade geral, um cientista teve pela primeira vez, tecnicamente, o vislumbre do fenômeno: naquele ano o astrônomo alemão Karl Schwarzschild escreveu a Einstein enviando suas conclusões de como a relatividade geral descrevia a curvatura do espaço e do tempo nas proximidades de uma estrela perfeitamente esférica.¹¹⁷

O trabalho de Schwarzschild, além de confirmar e dar precisão matemática ao encurvamento ilustrado de forma esquemática na figura 31, revelou uma implicação nova e impressionante: se a massa de uma estrela estiver concentrada em uma região esférica suficientemente pequena, de modo que a divisão de sua massa por seu raio seja maior que um certo valor crítico, o encurvamento do espaço — ou, em outras palavras, a atração gravitacional — é tal que nada poderá escapar dele. Tal objeto é o que veio a se tornar conhecido como **buraco negro** — nome consagrado pelo físico John Wheeler em 1967 (fig. 36).

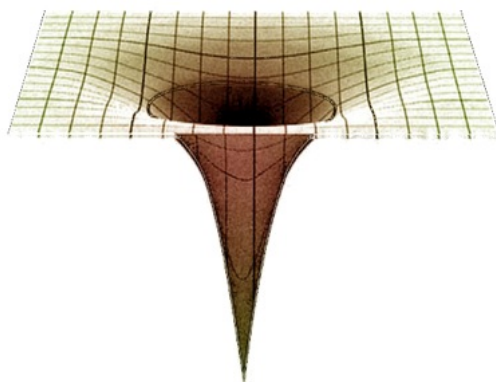


Fig. 36. Buraco negro

Contudo, a idéia da existência de corpos como os buracos negros possui uma história ainda mais antiga: foi proposta pela primeira vez em 1784 pelo astrônomo inglês John Michel: “Se existir realmente na natureza qualquer corpo

¹¹⁷ Schwarzschild escreveu da frente russa de batalha. Meses depois viria a morrer de uma doença de pele, aos 42 anos. Einstein apresentou a novidade em nome de Schwarzschild na Academia da Prússia.

cuja densidade não seja inferior à do sol e cujo diâmetro seja mais de quinhentas vezes o do sol (...) sua luz não conseguirá chegar até nós”.

Também o matemático francês Pierre Simon de Laplace elaborou a idéia de astros massivos que não permitiriam que seus raios luminosos chegassem até nós, publicando-a em 1796.

Apesar do trabalho de Schwarzschild, a idéia de corpos tão extremos não obteve aceitação imediata: o físico Subrahmanian Chandrasekhar publica em 1935 um artigo no qual afirma que estrelas com massa superior a um certo limite não passariam ao estágio de anãs brancas, não sendo explícito quanto ao seu fim, mas Sir Arthur Eddington, que havia desenvolvido uma teoria da evolução e morte das estrelas que conduzia a estrelas tipo anãs brancas em seu estágio final, ignora a descrição feita por Chandrasekhar.

Tampouco Einstein acreditava possível a existência de corpos similares a buracos negros, apesar de ser esta uma previsão da relatividade geral. Publicou suas conclusões contra essa idéia em 1939 num trabalho em que analisava o comportamento de um aglomerado de partículas influenciadas pelo próprio campo gravitacional. Segundo sua análise, ao se reduzir o raio desse aglomerado, para que ele permanecesse estável as partículas teriam de se movimentar cada vez mais rápido até ultrapassar a velocidade da luz, o que contrariaria a relatividade especial. Mas tanto ele quanto Eddington se enganavam.

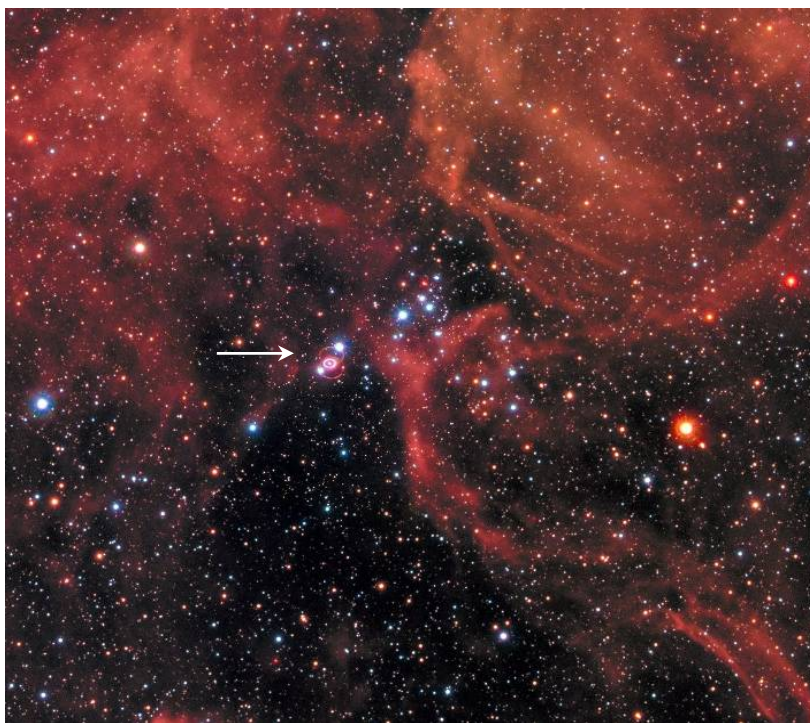


Fig. 37. No centro da foto (seta), a supernova SN1987A, observada em 1987.

Na figura 31 vimos como um corpo contendo grande quantidade de matéria produz um afundamento na superfície de espuma. Como foi dito, quanto mais pesada for a esfera, maior será o afundamento produzido, isto é, em termos de gravidade, quanto maior for a quantidade de matéria, maior será a distorção do espaço-tempo.

O que aconteceria se a esfera fosse extremamente pesada — ou, se a concentração de matéria em dada região do espaço ultrapassasse certo limite de quantidade e densidade?

Prosseguindo com a analogia, uma esfera muito pesada, é fácil visualizar, certamente produziria um rompimento da estrutura da espuma de nylon. Mas com o espaço-tempo, o que ocorre?

Devido à ação de seu intenso campo gravitacional, a massa de uma estrela comprime-se em direção ao centro gerando calor suficiente para que se produzam reações term nucleares, o que não ocorre em corpos comparativamente pequenos como a Terra, ou mesmo como Júpiter, o maior planeta do sistema solar. No caso do Sol, p. ex., a cada segundo cerca de seiscentos milhões de toneladas de hidrogênio se converte em hélio, havendo contudo uma diferença entre a massa de hidrogênio que entra na reação e a massa final do hélio convertido: aproximadamente 4,26 milhões de toneladas de hidrogênio por segundo se converte em energia pura no interior do Sol. A pressão para fora gerada pelas reações nucleares no centro da estrela contrabalançam a pressão da gravidade, e a estrela permanece em equilíbrio por longo período de tempo. Chega, porém, um estágio em que o combustível nuclear escasseia, as reações no centro da estrela já não são suficientes para sustentar o peso da massa estelar e ela se contrai, gerando mais calor, estimulando reações nucleares mais intensas com a conversão da matéria em elementos mais pesados e fazendo a estrela expandir-se, quando então seu raio aumenta centenas de vezes e ela se transforma no que é conhecido como uma “gigante vermelha”: as camadas exteriores tornam-se então rarefeitas e com baixa temperatura, e a partir daí sofre uma contínua perda de energia até converter-se numa “anã branca”, estrela sem brilho e de grande densidade ($1\text{cm}^3 \simeq 100$ toneladas) que vai se apagando e esfriando até converter-se numa “anã negra”.

Uma estrela com massa maior que 1,25 vezes a do Sol, ao passar por esse mesmo processo, perde a capacidade de sustentar seu próprio peso: uma vez que o combustível nuclear escasseia, o poder de expansão das camadas internas decai, as camadas exteriores por força da gravidade “caem” para o centro, seguindo-se uma explosão catastrófica conhecida como “supernova” (fig. 37), que faz a estrela brilhar intensamente (podendo ser vista por vários dias até apagar-se) e perder grande parte de sua matéria. Fica em seu lugar uma “estrela de nêutrons”, apagada e fria e com uma rotação extremamente rápida, cuja massa aproximadamente igual à do Sol é comprimida numa esfera de poucos quilômetros de diâmetro em que a matéria é de tal forma densa ($1\text{cm}^3 \simeq 100.000.000$ de toneladas) que prótons e elétrons se fundem para formar nêutrons. Uma estrela com uma massa superior a duas massas solares, ao envelhecer e igualmente perder energia e a capacidade de sustentar o próprio peso, implode, a matéria se comprime a ponto

de converter-se no que se conhece hoje por *buraco negro*: uma concentração de matéria comprimida a uma densidade tal que ocasiona uma “curvatura infinita” no espaço-tempo, onde a velocidade de escape (ou seja, a velocidade com que um objeto consegue vencer a força atrativa de um campo gravitacional) é superior à velocidade da luz.¹¹⁸

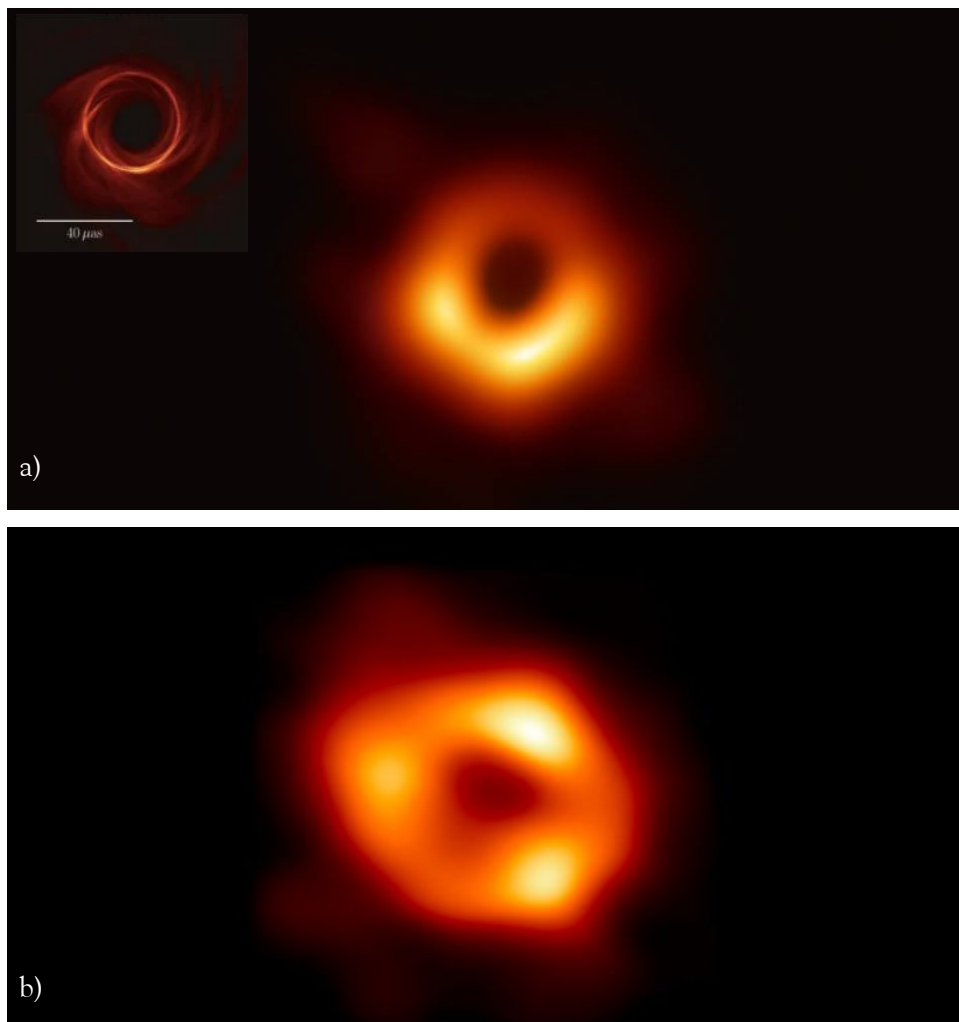


Fig. 38. No alto, buraco negro M87*. Acima, buraco negro Sgr A*. A imagem menor é uma simulação de um buraco negro feita em computador.

¹¹⁸ Um buraco negro pode se formar, em princípio, de qualquer quantidade de matéria, desde que essa matéria seja comprimida até uma densidade crítica. A Terra para ser convertida em um buraco negro deveria sofrer uma compressão até alcançar o raio de cerca de um centímetro. Já para o Sol, o raio seria de três quilômetros.

A imagem publicada (fig. 38-a) foi obtida após dois anos de esforços envolvendo alta tecnologia e o trabalho conjunto de uma rede de oito radiotelescópios distribuídos ao redor da Terra — o Event Horizon Telescope (EHT). O método, em linhas gerais, implicou no mapeamento da imagem feita pelo EHT, que captou em conjunto a luz emitida pelo disco de acreção do buraco negro. O disco de acreção é formado por matéria que gira ao redor e é sugada para o interior do buraco negro, aquecendo-se com o atrito e emitindo radiação intensamente — radiação essa que, contudo, em razão da distância da Terra (53,5 milhões de anos-luz), chega até nós muito tênue, na faixa das ondas de rádio. Por essa razão, na imagem final as cores são artificiais, introduzidas para dar uma idéia de como é a forma do buraco negro e de seu disco de acreção.

O M87* possui dimensões colossais: quarenta bilhões de quilômetros de diâmetro (aproximadamente três milhões de vezes o diâmetro da Terra) e 6,5 bilhões de vezes a massa do Sol ($M_{\odot}$). Observa-se na imagem que a parte inferior é mais luminosa. Esse fenômeno se deve ao efeito Doppler: em sua rotação ao redor do buraco negro, a matéria do disco de acreção que em nossa linha de visada se aproxima torna-se mais energética (*blueshift*), e a que se afasta perde energia (*redshift*), fenômeno — como vimos — também descrito pela relatividade.

Conforme Dimitrios Psaltis, professor de astronomia da Universidade do Arizona e também um dos pesquisadores do projeto, esta foi a primeira vez em que se testaram as previsões da teoria de Einstein com buracos negros supermassivos no centro de uma galáxia.

Na figura 38-b, vemos a imagem de outro buraco negro, o Sgr A*, situado no centro da Via Láctea, a uma distância de 27.000 anos-luz da Terra.

Foi também em 2017 que o EHT iniciou o projeto de obter uma imagem do Sgr A*, mas somente em 12 de maio de 2022 conseguiu finalizar os trabalhos e divulgá-la. Apesar de os dois empreendimentos terem se iniciado na mesma data, e ainda de o Sgr A* estar mais próximo de nós, os trabalhos com este buraco negro foram mais difíceis em razão de sua massa — equivalente a quatro milhões de $M_{\odot}$ — ser mais de mil vezes menor que o M87*.

Vemos que os dois buracos negros são bastante parecidos, apesar da diferença de tamanho. Sobre isso, temos a palavra de Sera Markoff, co-presidente do Conselho Científico do EHT:

“Temos dois tipos de galáxias completamente diferentes e dois buracos negros com massas muito diferentes, no entanto, perto da borda desses buracos negros eles parecem incrivelmente semelhantes. Isso nos diz que a Relatividade Geral governa esses objetos de perto, e quaisquer diferenças que vemos mais longe se devem a diferenças no material que os circunda”.

Comprovação da teoria (III)

O anel de luz

O fenômeno conhecido como lente gravitacional ocorre quando corpos de massa elevada (p. ex., duas estrelas, duas galáxias, etc.) estão alinhadas em relação à um observador. O corpo que está à frente torna curvo o espaço à sua volta,

fazendo com que a luz de uma estrela (ou galáxia) oculta siga uma trajetória curva, produzindo imagens distorcidas ou múltiplas.

Einstein, na verdade, não foi o primeiro a prever o fenômeno. Sir A. S. Eddington já o havia previsto para o caso de um alinhamento imperfeito, afirmando que seria possível ver uma imagem dupla da estrela oculta.

Em 1936 Einstein teve sua atenção despertada para o fenômeno quando o astrônomo R. W. Mandl afirmou que se um observador estiver perfeitamente alinhado com uma estrela próxima e outra distante (portanto oculta), verá a imagem desta última como um anel luminoso devido à deflexão da luz pelo campo gravitacional da outra estrela. Einstein então publicou um cálculo mostrando a dependência da intensidade da imagem vista pelo observador em relação ao prolongamento da linha que une o centro das duas estrelas. Naquela ocasião, porém, mostrou-se incrédulo dizendo que “não há esperança de observar este fenômeno”.

Em 1979 foi comprovado que o aparente quasar duplo 0957 + 561 A,B é na verdade a imagem dupla de um único quasar.

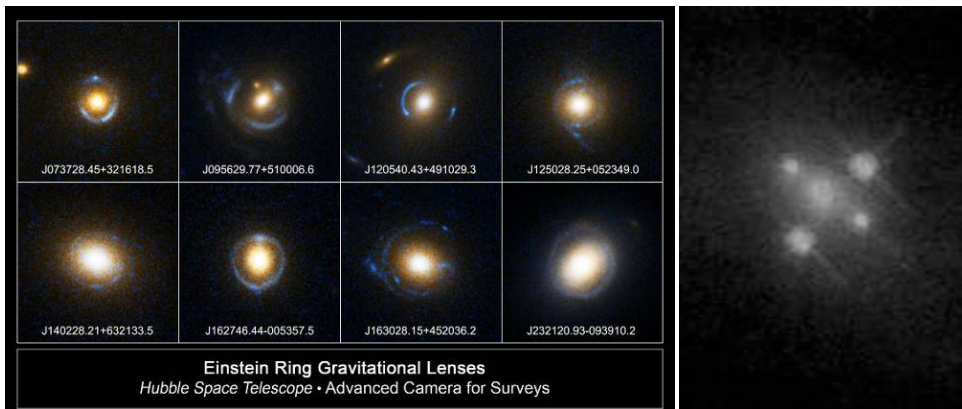


Fig. 39. Lentes gravitacionais

Em 1988 um grupo de astrônomos chefiados pela astrônoma Jaqueline Hewitt descobriu o objeto catalogado como MG 1131 + 0456, que tinha a forma de um anel de luz (não exatamente luz, mas ondas de rádio, pois o objeto estava sendo observado nessa faixa do espectro através de um radiotelescópio). Após confirmar a exatidão da observação feita, os astrônomos comprovaram que efetivamente se tratava de uma galáxia em forma de anel conforme previsto pela relatividade geral.

Como exemplo, vemos na figura 39, em fotografias tiradas pelo telescópio espacial Hubble, à direita, a Cruz de Einstein, mostrando quatro imagens do mesmo quasar, gravitacionalmente desviadas e ampliadas por uma galáxia de grande massa (no meio da cruz); e à esquerda um agrupamento inteiro de galáxias funcionando como lente gravitacional para galáxias mais distantes, que podem ser vistas ao redor, alongadas pela distorção provocada pela gravidade.

A dilatação gravitacional do tempo, o arrasto de referenciais e o efeito geodésico

A **dilatação gravitacional do tempo** é um efeito previsto pela relatividade geral, segundo o qual um observador na superfície da Terra mediria um fluxo temporal mais lento do que um observador em grande altitude.¹¹⁹

Em 18 de junho de 1976, foi lançada a Gravity Probe A (GP-A — Sonda Gravitacional A), que teve como finalidade comprovar o *princípio da equivalência* (q.v.), princípio básico da relatividade geral.

Devido à curvatura do espaço-tempo, um observador na Terra — logo, sob um potencial gravitacional menor — deveria medir um fluxo temporal mais lento do que se estivesse a grande altitude, sujeito a um campo gravitacional mais fraco (ou a um potencial gravitacional maior). Tais variações do fluxo do tempo seriam medidas por meio de um maser de hidrogênio.^{xlii} A Gravity Probe A alcançou a altura de 10.224 km, permaneceu no espaço por uma hora e cinquenta e cinco minutos, e ao retornar à Terra mergulhou no Oceano Atlântico.

À altura de 10.224 km, a relatividade geral previa que um relógio deveria funcionar 4,5 partes em 10^{10} mais rapidamente do que um outro, na Terra, tendo a previsão teórica sido confirmada com uma precisão de 0,00007 (70 partes por milhão). Em outras palavras, a essa altura o tempo avança mais rapidamente à proporção de um segundo em setenta e três anos.

O **arrasto de referenciais** (efeito gravitomagnético) e o **efeito geodésico** são também fenômenos previstos pela relatividade geral, investigados pelo projeto Gravity Probe B (GP-B — Sonda Gravitacional B).

O arrasto de referenciais foi deduzido em 1918 pelos físicos austríacos Joseph Lense e Hans Thirring, tornando-se por isso conhecido também como **efeito Lense-Thirring**. A previsão afirma que corpos em rotação arrastam o espaço-tempo em torno de si mesmos à medida que giram.

A imagem, sugerida por Francis Everitt, investigador principal da GP-B da Universidade de Stanford, é a de um corpo rodopiante que, submerso em um líquido viscoso (p. ex. mel), arrasta o líquido consigo. Similarmente, o espaço-tempo é afetado (arrastado) pela rotação da Terra.



Rotor do giroscópio e a câmara onde é instalado



Veículo que transportou a Gravity Probe B

¹¹⁹ Veja o capítulo “E o tempo?”, na 3ª Parte.

O efeito, contudo, é extremamente sutil (uma parte em trilhões), de forma que à época não existiam recurso tecnológicos para observá-lo: para tanto seria necessário observar corpos altamente massivos, ou então construir instrumentos de grande precisão.

O efeito geodésico trata da curvatura ou distorção do espaço-tempo próximo da Terra (ou de qualquer corpo de grande massa), e teria sido previsto inicialmente em 1916 por Willem de Sitter.

Os mesmos efeitos deveriam ser observados com o uso de giroscópios, o que exigiu, para a realização do experimento, o desenvolvimento de novas tecnologias visando a construção de giroscópios tidos como quase perfeitos.

A GP-B começou a ser projetada pela NASA em 1963, mas impedimentos de ordem orçamentária protelaram o projeto até 2004, ano em que finalmente foi lançado. O experimento consiste no uso de quatro giroscópios de altíssima precisão¹²⁰ para verificar tanto a hipótese do efeito geodésico quanto o arrasto de referenciais. Postos em órbita polar ao redor da Terra, seu eixo de rotação deverá permanecer orientado para um ponto distante — no caso, a estrela IM Pegasi — durante um ano, tempo após o qual será medida a mudança de precessão no alinhamento do eixo de rotação, tanto no plano da órbita (efeito geodésico) quanto ortogonalmente ao plano de rotação da Terra (arrasto de referenciais).

Apesar de terem sido descobertos pequenos desvios de funcionamento em relação ao esperado, a GP-B determinou ambos os efeitos com a precisão necessária para a confirmação das previsões teóricas. Caso a gravidade não afetasse o espaço-tempo, os giroscópios em órbita apontariam sempre na mesma direção.

Confirmando as previsões da relatividade geral, os instrumentos sofreram mudanças muito pequenas, porém mensuráveis, na direção da sua rotação enquanto arrastados pela gravidade da Terra: o efeito geodésico foi confirmado com uma imprecisão de 0,28%, enquanto o arrasto de referenciais — em razão dos mencionados desvios no funcionamento dos giroscópios — apresentou uma imprecisão maior, de 19% em relação ao previsto.

A missão foi concluída em 2010.

As grandes distâncias e a gravidade intensa

A relatividade geral vem sendo testada nos últimos anos de forma sistemática a fim de se constatar se a teoria descreve bem o Universo em grandes escalas de distância e de intensidade gravitacional, e os resultados alcançados confirmam as previsões.

Num desses testes, iniciado em 2011, astrônomos utilizaram como laboratório um pulsar localizado a cerca de 7.000 anos-luz de distância da Terra, em que foram utilizados o Very Large Telescope, do Observatório Europeu do Sul, no Chile, e radiotelescópios espalhados ao redor do mundo.^{xliii} O pulsar é composto por uma estrela de nêutrons e uma anã branca. A estrela de nêutrons é a mais massiva já encontrada, com duas massas solares concentradas num corpo com apenas vinte quilômetros de diâmetro, e na superfície da qual a gravidade supera

¹²⁰ Para detalhes técnicos, ver <http://einstein.stanford.edu/index.html>

a da Terra em cerca de 300 bilhões de vezes. A anã branca é uma estrela mais leve, que já perdeu grande parte de sua massa e está se apagando lentamente.

Uma força gravitacional de tais proporções permitiu aos pesquisadores testar a relatividade geral em condições que não tinham sido possíveis até então, e os testes mostram que as primeiras medições concordam com as previsões da teoria einsteiniana.

Conforme as palavras de Jorge Ernesto Horvath, professor do Departamento de Astronomia do IAG/USP:

“A partir dos dados obtidos pelos telescópios, os pesquisadores conseguiram medir uma série de dados com perfeição, como a massa do pulsar, da anã branca e de sua órbita. Ao saber de todos esses números, pode-se calcular quanta radiação gravitacional o sistema está emitindo e em seguida comparar esse dado com as previsões da relatividade geral. Os pesquisadores mostraram que não houve praticamente nenhuma discrepância, confirmando que a teoria funciona em um regime gravitacional muito diferente do nosso. Isso deixa pouco espaço para as teorias que pretendem contestar a relatividade; elas têm cada vez menos possibilidade de se mostrarem viáveis para descrever a gravidade.”

Detecção das ondas gravitacionais

Na manhã de 14 de setembro de 2015, mais precisamente às 6h51min, horário de Brasília, um sinal extremamente sutil foi detectado pelos dois observatórios gêmeos do projeto LIGO: começando com uma frequência de 35 hertz, subiu rapidamente para 250 hertz, tendo sido equiparado ao pio de um passarinho. Esse sinal foi produzido pela colisão entre dois buracos negros, ocorrida há aproximadamente de 1,3 bilhão de anos, um deles com massa equivalente a vinte nove massas solares ($M_{\odot}$) e o outro com trinta e seis, dessa colisão resultando um novo buraco negro com sessenta e duas $M_{\odot}$, sendo que três $M_{\odot}$ de diferença foram instantaneamente convertidas na energia que alimentou a emissão das ondas gravitacionais.

Num artigo de 5 de junho de 1905, em que finaliza discutindo a gravitação e tendo por base a teoria de Lorentz, Henri Poincaré conclui que “(...) as leis de Newton têm de ser modificadas, e que devem existir ondas gravitacionais que se propagam com a velocidade da luz!”¹²¹

A ocorrência de radiação gravitacional é com certeza mais uma das notáveis previsões da relatividade geral, verificada quase cem anos depois da publicação da teoria, e a história acerca dessa previsão é no mínimo curiosa.

Em junho de 1916, Einstein publicou um artigo que consistia numa extensão da relatividade geral, no qual propunha a existência de radiação gravitacional,

¹²¹ Pais, A. [1982, cap. 6]

e em fevereiro de 1918 apresentou novo artigo tratando do mesmo assunto e corrigindo alguns erros do anterior. Retomou o tema somente em 1936, escrevendo em co-autoria com Nathan Rosen um artigo intitulado **“As ondas gravitacionais existem?”**, no qual teria chegado ao

“(…) interessante resultado de que as ondas gravitacionais não existem, embora tenham sido assumidas como uma certeza à primeira aproximação.”¹²²



Leopold Infeld



H. P. Robertson

O artigo foi enviado à prestigiada revista *The Physical Review*, mas o editor John Tate o devolveu a Einstein requerendo educadamente que examinasse e respondesse aos comentários feitos pelo especialista que avaliara o texto. Einstein ter-se-ia aborrecido e, retirando o artigo, respondeu acidamente ao editor que

“Nós (o Sr. Rosen e eu) enviamos a você nosso manuscrito para publicação e não o autorizamos a mostrá-lo a especialistas antes de ser impresso. Não vejo razão para abordar os comentários — em qualquer caso errôneos — de seu especialista anônimo. Com base neste incidente, prefiro publicar o artigo em outro lugar.

Respeitosamente,

P.S. O Sr. Rosen, que partiu para a União Soviética, autorizou-me a representá-lo neste assunto.

Leopold Infeld, que deixara a Polônia para ir a Princeton em 1936, iniciando ali uma colaboração com Einstein, discutiu tal artigo logo em seu primeiro encontro — dois dias depois de sua chegada — e falou de sua surpresa ao saber do resultado. Mesmo não acreditando inicialmente, Infeld logo se deixou convencer pelos argumentos de Einstein. Nesse mesmo dia, porém, Infeld encontrou-se com o físico relativista Howard Percy Robertson, que presumiu haver algum erro nos cálculos, “As ondas gravitacionais existem sem dúvida, tenho certeza” disse ele.

Infeld, contudo, estudou minuciosamente o artigo e depois de alguns dias aduziu sua própria versão — mais simples — da prova, que foi bastante apreciada por Einstein.

Em seu reencontro com Robertson, Infeld declarou acreditar que as ondas gravitacionais não existiam e que podia prová-lo de maneira simples e breve. Robertson, ainda sem acreditar, passou a examinar os argumentos de Infeld; não parecia haver nada de errado, até que perto do final foi encontrada uma pequena divergência entre os cálculos de ambos. Apesar de confrontarem os resultados

¹²² Carta a Max Born, c. 1936.

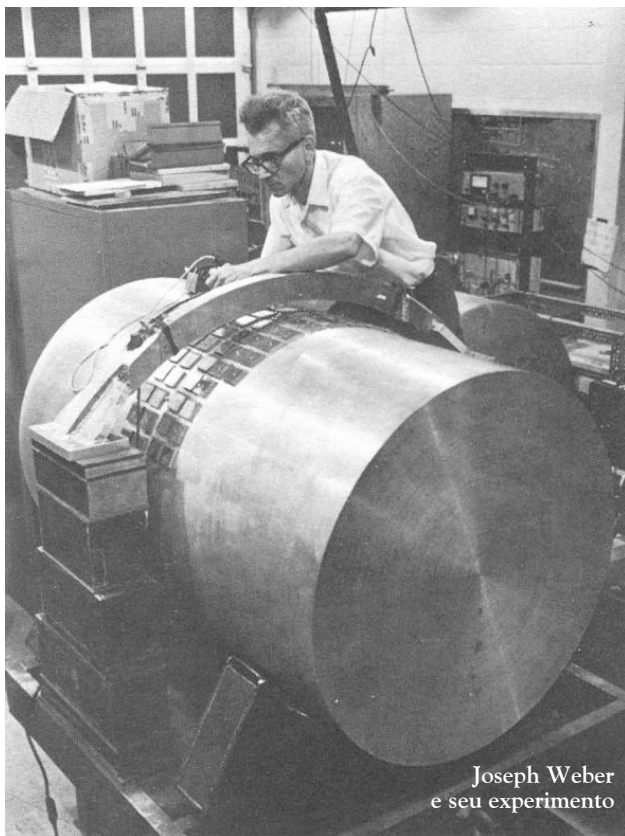
várias vezes, a divergência persistia. Fora encontrado o erro de Infeld, que, ao procurar Einstein no dia seguinte, lhe falou do seu erro de cálculo afirmando que agora acreditava na existência das ondas gravitacionais.

Einstein então respondeu:

— Encontrei um erro no meu artigo a noite passada. Minha prova também está errada — e expôs seu erro, segundo Infeld “menos trivial e mais difícil de ser encontrado”.¹²³

A relatividade geral descreve como a presença de massa e energia deforma o tecido do espaço-tempo. A idéia, de forma simplificada, é que se a matéria se mover, deverá produzir nesse tecido ondulações que se propagam e espalham a partir de um centro, similar às ondas na superfície de um lago provocadas pela queda de um objeto na água. A grande dificuldade, no entanto, na detecção é que as ondulações do espaço-tempo são de difícil verificação por serem extremamente pequenas.

Um experimento pioneiro visando detectar ondas gravitacionais foi o projeto apresentado em 1960 pelo físico Joseph Weber, da Universidade de Maryland, EUA, o qual consistia em grandes cilindros de alumínio de quatro toneladas que deveriam apresentar minúsculas vibrações caso fosse atingido por uma onda gravitacional. Entre 1969 e 1970 Weber anunciou ter encontrado evidências experimentais de radiação gravitacional oriunda do centro da Via Láctea, após ter observado a coincidência de pulsos dessa radiação em tais cilindros de alumínio colocados a



Joseph Weber
e seu experimento

uma distância de 1.000 quilômetros, entre o College Park, em Maryland, e o Argonne National Laboratory, em Illinois. Tais resultados pareciam a princípio positivos, mas posteriormente questionou-se se as observações não estariam mostrando efeitos devidos a outras causas. O experimento de Weber foi repetido por ou-

¹²³ História narrada cf. Infeld, L. [1942]. Curiosamente, Infeld não menciona Rosen.

tros experimentalistas, porém sem se observar qualquer sinal que indicasse a presença de ondas gravitacionais. Weber, igualmente, demonstrava resistência em reconhecer que cometera enganos e tampouco expunha os dados obtidos para exame por outros pesquisadores, de forma que os resultados alcançados tornavam-se inconclusivos. Da grande popularidade alcançada inicialmente, Weber no fim dos anos 70 infelizmente já não era levado a sério e acabou no ostracismo.^{xliv}

Uma verificação indireta da existência de ondas gravitacionais, decorrente apenas das previsões da relatividade geral, foi obtida por Joe Taylor e Russell Hulse, dois astrofísicos norte-americanos. A previsão feita por Einstein dizia que dois corpos em órbita um do outro perdem energia para o espaço-tempo adjacente de forma que suas órbitas vão gradualmente encurtando até os corpos colidirem. Curiosamente esta foi mais uma das previsões da relatividade geral que Einstein acabou por abandonar. Taylor e Hulse, em 1974, descobrem e analisam minuciosamente a órbita mútua, com trajetórias muito próximas, de duas estrelas de nêutrons — uma das quais um pulsar emitindo pulsos a intervalos de milissegundos. Era possível medir com altíssima precisão a posição das duas estrelas, o que permitia verificar de forma satisfatória a previsão da relatividade geral.



Em 1978, no Nono Simpósio Texano, realizado em Munique, Taylor e Hulse expuseram o resultado de suas investigações: conforme as duas estrelas orbitavam uma à outra perdiam energia para o espaço-tempo em sua volta e, de acordo com o predito pela teoria, suas órbitas encurtavam. Dado o alto grau de precisão das medições realizadas, não havia margem para dúvidas.

Outros experimentos foram projetados ao longo das décadas seguintes, mas aquele que finalmente proporcionou a comprovação da existência de ondas gravi-

tacionais foi o LIGO — Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory (Observatório de Ondas Gravitacionais por Interferometria a Laser), projeto em que foram construídos dois laboratórios, um em Livingston, na Louisiana, e o outro na Reserva Nuclear Hanford, localizada perto de Richland, Washington, os quais trabalhavam em sincronia.

O LIGO é um interferômetro que, grosso modo, lembra o utilizado por Michelson & Morley, só que os braços nesse caso são túneis com quatro quilômetros de extensão, em ângulo reto e cuidadosamente protegidos de vibrações externas. Feixes de laser percorrem os túneis e refletem em espelhos de alto polimento colocados nas extremidades, retornando para se recombinarem no ponto de observação. Os feixes medem constantemente a extensão dos túneis, que deve permanecer constante, exceto quando da passagem de ondas gravitacionais, que fazem com que os braços do interferômetro se comprimam e se dilatam com a compressão e dilatação do tecido do espaço-tempo, fazendo com que os feixes, que normalmente retornam sempre em fase, sejam observados então fora de fase.

O sinal observado na manhã de 15 de setembro de 2015 correspondia à forma de onda resultante de uma colisão entre buracos negros, prevista pela Relatividade Geral; no entanto, após percorrer a extensão de 1,3 bilhão de anos-luz, tais ondas alcançaram a Terra muito enfraquecidas, com a largura de um núcleo atômico, o que explica as dificuldades envolvidas na detecção de eventos dessa natureza pela astronomia.

O resultado do experimento, anunciado oficialmente no início de fevereiro de 2016, é extraordinário para a relatividade geral — tratava-se da primeira observação do fenômeno, aduzindo nova comprovação da teoria, um século depois de sua publicação —, mas além disso abre novos caminhos para as pesquisas em astronomia e cosmologia: “A importância vai além do que podemos prever, pois acaba de nascer um novo campo da ciência” diz a astrônoma brasileira Duília de Mello, professora da Universidade Católica da América (EUA) e pesquisadora da NASA.

CONCLUSÃO

A relatividade geral aborda a gravidade como o **resultado da geometria do espaço**, encurvado por grandes concentrações de matéria — o que se evidencia pela trajetória curva da luz na presença de um campo gravitacional forte, conforme o teste pioneiro de 1919 —, sendo que a curvatura do espaço implica **também numa curvatura do tempo**, que pode ser descrita pelo desvio para o vermelho da luz ao se afastar de um campo gravitacional, desvio tanto maior quanto mais forte for o campo.

Algumas questões atuais da cosmologia vêm suscitando discussões acerca da possível necessidade de uma nova teoria da gravitação, como por exemplo o problema da **matéria escura** e o da **energia escura**, que teriam sido postuladas para acomodar a relatividade geral na descrição de tais fenômenos.¹²⁴ Contudo, a

¹²⁴ Para maiores detalhes sobre esse tema, v. Velten, H. [2020]. Para uma abordagem de fácil compreensão da matéria e da energia escura, ver também Greene, B. [2005].

descrição que fizemos nesta quarta parte, que trata da comprovação da relatividade geral, nos mostra que a teoria de Einstein têm obtido êxitos verdadeiramente notáveis, o que não acontece com outras teorias da gravitação. “Isso significa que elas estariam descartadas?” pergunta o astrofísico e cosmólogo brasileiro Hermano Velten, e ele mesmo responde: “A princípio sim”, porém ressalva: “Mas, para salvar essas teorias, existem os chamados ‘mecanismos de blindagem’. Esses mecanismos teóricos são incrementos nessas teorias que possibilitam a conciliação com os testes locais”.

Um outro problema vem da mecânica quântica: segundo os físicos, a relatividade geral não faz descrições corretas em nível quântico, de forma que a grande busca nessa área atualmente é conciliar essas duas teorias numa teoria quântica da gravidade, a qual, nos casos-limite, se converteria na própria relatividade geral.

Tais questões permanecem em aberto.

Finalizemos, portanto, esta parte com as palavras de Brian Greene: “As experiências realizadas com o nível tecnológico atual não revelaram qualquer desvio em relação às previsões da relatividade geral. (...) O teste sistemático das teorias em níveis cada vez maiores de precisão é uma das maneiras principais pelas quais a ciência avança. (...) A busca de uma nova teoria da gravitação teve início não com uma refutação experimental da teoria de Newton, e sim com um conflito entre a gravidade newtoniana e a relatividade especial. Só depois da descoberta da relatividade geral como teoria alternativa da gravidade é que se identificaram falhas experimentais na teoria de Newton, quando se começaram a explorar aspectos mínimos, mas mensuráveis, em que as duas teorias divergiam. Assim, as inconsistências teóricas internas podem ter também papel crucial na promoção do progresso.”¹²⁵

¹²⁵ Op. cit. [2005].

Apêndices

1. EINSTEIN EM 1905

Para compreendermos melhor o pensamento de Einstein no começo do século XX, é preciso dar uma olhada em como ele vivia naquela época.

Em 1905 Einstein era um homem de vinte e seis anos, casado há dois com Mileva Marič, ex-colega da Politécnica de Zurique, e pai de um menino. Tivera inicialmente dificuldades em arranjar um trabalho com que manter-se, mas em junho de 1902 fora admitido no *Bureau* de Patentes, de Berna, na Suíça, onde permaneceria por sete anos. Einstein trabalhava no *Bureau* de Patentes numa jornada de trabalho que, conforme se presume, lhe permitia dedicar-se à física nas horas de folga, “em grande parte como autodidata. Não mantinha contato com físicos profissionais, não tinha acesso a livros e revistas que seu trabalho reclamava, pois estes não existiam no escritório de patentes nem na biblioteca da Universidade de Berna. Não contava com a orientação de colegas mais amadurecidos e não recebia estímulo de qualquer espécie. Em física, tinha de confiar em si mesmo”.¹²⁶



Acerca dessa questão — a do conjunto de informações de que dispunha para o desenvolvimento de suas idéias —, cumpre fazer as seguintes observações:

- O experimento Michelson & Morley, cujo resultado causou sensação entre os físicos da época, era de seu conhecimento, havendo declarações contraditórias do próprio Einstein sobre a questão: “Sobre meu próprio trabalho, o resultado de Michelson não exerceu influência ponderável. Nem mesmo me recordo se o conhecia quando escrevi, pela primeira vez, sobre o primeiro assunto. A razão reside em que eu estava, por motivo de ordem geral, firmemente convencido de que o movimento absoluto não existe e meu problema se resumia em saber como conciliar esse ponto com o conhecimento que

¹²⁶ Bernstein, J. [1975].

temos da eletrodinâmica. Entende-se assim por que, em minha obra pessoal, não coube papel — pelo menos decisivo — ao experimento de Michelson”; em 1950, no entanto, em conversa com Shankland,¹²⁷ declarou que conhecera o resultado da experiência através dos escritos de Lorentz, mas que tal resultado só chamou sua atenção após 1905, “do contrário tê-lo-ia mencionado em meu artigo”. Em carta a Shankland, em 1952, disse: “A influência da experiência crucial de Michelson & Morley nos meus esforços foi sobretudo indireta. Eu soube dela através da investigação decisiva de Lorentz sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento (1895), com a qual me tinha familiarizado antes de desenvolver a relatividade especial”.

- Vimos que Einstein, em 1905, conhecia os trabalhos de Lorentz até o ano de 1895, mas ignorando o conjunto de equações conhecido como transformações de Lorentz, deduziu-as por si mesmo.



Habicht, Solovine e Einstein

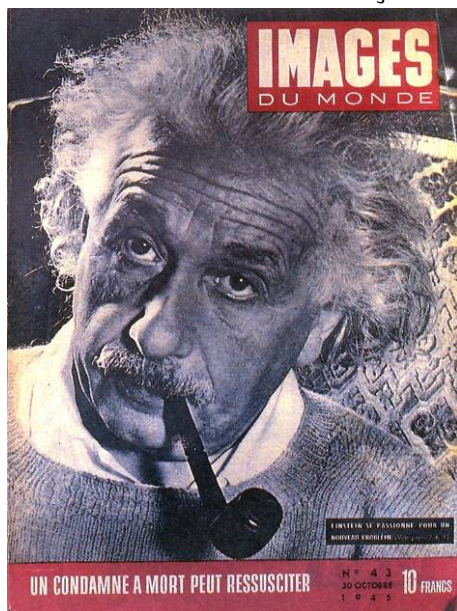
- É certo que antes de 1905 Einstein conhecia o discurso pronunciado por Poincaré em 1900 em Paris, e que tinha lido seus comentários de 1898 referente à ausência de intuição sobre a igualdade de dois intervalos de tempo. Ainda antes de 1905, junto com amigos da Akademie Olympia,¹²⁸ lera realmente alguns dos trabalhos de Poincaré sobre ciência: “Em Berna, tive noites regulares de leitura e discussão filosófica, juntamente com K. Habicht e Solovine, durante as quais nos dedicamos sobretudo a Hume. [...] A leitura de

¹²⁷ R. S. Shankland, “Conversações com Albert Einstein”.

¹²⁸ Era assim que Einstein chamava o pequeno grupo formado por ele, Konrad Habicht e Maurice Solovine, cf. figura.

Hume, bem como a de Poincaré e de Mach tiveram alguma influência no meu desenvolvimento”. Segundo Solovine, a leitura de *La science et L'hypothèse*, em que Poincaré novamente afirma que não há tempo absoluto, “nos impressionou profundamente, e nos deixou sem respiração durante semanas”.

- Conforme discurso pronunciado por Einstein em Kyoto, 1922, ele enfrentava por volta de 1904 uma séria dificuldade perante o conflito da invariância da velocidade da luz com o teorema da adição das velocidades, e vinha se aplicando à questão havia cerca de um ano. Certo dia, estando de visita a seu amigo Besso, conversavam quando subitamente compreendeu o assunto e, ao visitá-lo outra vez no dia seguinte e antes de cumprimentá-lo disse “obrigado, resolvi completamente o problema”. A solução que encontrara envolvia o próprio conceito de tempo. Cinco semanas depois a relatividade especial estava concluída.



- Quanto às especulações sobre a possibilidade de Mileva Marič ter tomado parte na elaboração da teoria da relatividade, estas se devem à descoberta, em 1986, de cartas de Einstein endereçadas a ela durante o namoro e começo do casamento. Em algumas dessas cartas Einstein referia-se ao “nosso trabalho”, o que levou a supor-se que ambos estivessem trabalhando na relatividade especial. Em algumas das cartas existem referências a trabalhos que desenvolviam juntos, e numa delas se menciona o “movimento relativo”. Mileva Marič, sendo uma mulher de destacada capacidade intelectual, decerto podia compreender as idéias do marido e não é de duvidar que tenham discutido essas idéias; mas a conclusão de que tenha participado da construção da relatividade especial ou mesmo de algum outro dos artigos publicados em 1905 é especulativa, sendo que depois de alguns anos de casados parece ter perdido interesse pela ciência, pois, conforme Philip Frank, que conheceu o casal, “quando [Einstein] procurava discutir com ela suas idéias, que eram abundantes, suas respostas eram tão breves que ele, com frequência, sentia-se incapaz de saber se ela estava interessada ou não”. Devemos lembrar tam-

bém que durante o período em que Einstein desenvolvia a relatividade geral seu casamento já se encaminhava para o fim.

A importância da produção de Einstein publicada na revista alemã *Annalen der Physik* em 1905, tido como o “ano miraculoso” (*miraculous year*), depreende-se das palavras de Max Born em 1949: “Um dos mais notáveis volumes de toda a literatura científica é o volume 17 dos *Annalen der Physik*, 1905. (...) A meu ver, ele [Einstein] seria um dos maiores físicos de todos os tempos, ainda que não houvesse escrito uma linha sequer sobre a relatividade.”

Em 1905 Einstein publicou na revista *Annalen der Physik* os seguintes artigos:

- *Sobre um ponto de vista heurístico concernente à geração e transformação da luz*, o primeiro artigo, foi o único considerado revolucionário pelo autor: “(...) O artigo trata da radiação e das propriedades energéticas da luz e é muito revolucionário, como você verá (...)”. Nele, tratou do efeito fotoelétrico, que lhe rendeu o Prêmio Nobel em 1921. O efeito fotoelétrico é um fenômeno pelo qual um feixe de luz de alta energia (ultravioleta), quando incide sobre uma superfície metálica, arranca elétrons de suas órbitas. Einstein explicou o fenômeno considerando que nele a luz não possui aspecto ondulatório mas assume a forma de pequenos feixes (ou “quanta”) de energia, em outras palavras, a luz comporta-se como partícula. O artigo compõe uma das bases da teoria quântica, e o fenômeno fotoelétrico descrito é apenas um exemplo contido no teor de seu artigo.
- *Sobre o movimento de partículas suspensas em fluidos em repouso, como postulado pela teoria molecular do calor*, o segundo, recebido em 11 de maio, trata do movimento browniano. O botânico escocês Robert Brown notara, em 1827, ao dissolver grãos de pólen em água e examiná-los ao microscópio, o ininterrupto movimento aleatório das partículas, mesmo estando o recipiente que contém o líquido, bem como este, absolutamente livres de qualquer vibração. Einstein explicou o movimento como resultado da colisão de elétrons com as partículas.
- *Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento*, o terceiro, em 30 de junho, era, segundo Einstein, “apenas um esboço grosseiro” sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento, com uma modificação da teoria do espaço e do tempo. Este esboço contém o primeiro trabalho sobre a teoria da relatividade especial.
- *A inércia de um corpo depende da sua energia?*, o quarto, publicado em 27 de setembro (três meses depois de *Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento*). Neste artigo, porém, ainda não aparece a relação $E = mc^2$, que surgirá em publicações posteriores — p. ex., em 1907, quando Einstein publica uma revisão desse texto, e em 1912. Em carta enviada a Konrad Habicht, comenta: “Ocorreu-me mais uma consequência do artigo sobre a eletrodinâmica (dos corpos em movimento). O princípio da relatividade, em conjunção com as equações de Maxwell, requer que a massa seja uma medida direta da

energia contida num corpo; luz transporta massa com ela.” Einstein conclui que a hipótese poderia ser testada em corpos nos quais o “conteúdo energético é variável em grau elevado, por exemplo sais de rádio”. No entanto demonstra insegurança quanto a isso: “O argumento é divertido e sedutor, mas por tudo que conheço o Senhor pode estar rindo de tudo isso e pregando uma peça em mim”.

- *Sobre uma nova determinação das dimensões moleculares* foi aceito naquele ano como tese de doutoramento na Universidade de Zurique e publicado no ano seguinte. Conforme o próprio Einstein, o artigo tratava da “determinação do tamanho exato de átomos a partir da difusão e da viscosidade em soluções diluídas de substâncias neutras”.

Em 19 de dezembro Einstein publica um novo artigo sobre o movimento browniano.

2. A RELATIVIDADE ESPECIAL ANTES DE 1905

Einstein foi o primeiro físico a formular claramente o novo fundamento cinemático de toda a física inerente à teoria do elétron, de Lorentz.

(**John Stachel**, *O Ano Miraculoso de Einstein*)

[O trabalho de Einstein sobre a relatividade], provavelmente, excede em audácia tudo que foi conseguido até hoje em ciência especulativa e mesmo em epistemologia; a Geometria de Euclides, comparativamente, é brincadeira de criança.

(**Max Planck**, em 1910, recomendando Einstein para a Universidade Karl-Ferdinand, de Praga)

Nem Lorentz nem Larmor propuseram uma teoria relativista.

(**José Carlos Santos**, “*Minkowski, Geometria e Relatividade*”)

[...] apesar do título um tanto enganador do artigo de Einstein, a segunda parte do artigo (“Parte eletrodinâmica”) era realmente apenas uma aplicação do quadro teórico geral desenvolvido na primeira parte (“Parte cinemática”). Foi na primeira parte que a relatividade especial foi fundada, com conseqüências que se estendiam muito além da eletrodinâmica de Lorentz.

(**Kevin Brown**, *Reflections on relativity*)

Neste pequeno livro sobre a relatividade, sem negligenciar os diversos aspectos inusitados da teoria, no mais das vezes contrários ao senso comum, tive como principal objetivo o enfoque histórico, mas também sem perder de vista que há um grande número de fatos que se relacionam com o tema e aos quais, dadas as naturais dificuldades de pesquisa, mormente para um não especialista, não tive acesso e dos quais não tenho conhecimento detalhado.

Existe, no entanto, atualmente uma corrente minoritária de pensamento, defendida por alguns estudiosos do assunto, segundo a qual a relatividade especial fora desenvolvida em fins do século XIX e início do século XX por diversos cientistas, sendo que Einstein teria aduzido apenas uma versão pessoal e *menor* (sic) da teoria.¹²⁹

Tal atitude não é nova.

Em 1953, em seu livro “Uma história das teorias do éter e da eletricidade”, Edmund Whitaker menciona a relatividade como uma teoria desenvolvida por Lorentz e Poincaré, com uma breve menção a Einstein, que “no outono de 1905 publicou um artigo expondo a teoria da relatividade de Poincaré e Lorentz com

¹²⁹ Como exemplo, v. Martins, Roberto A. [2005], [?], [2012].

algumas amplificações e que atraía muita atenção” — o que é duplamente inexacto, pois o artigo de Einstein na verdade não atraiu desde logo “muita atenção”.

Em 1956, o próprio Born afirma: “A Teoria da Relatividade restrita não foi, afinal, uma descoberta de um só homem. A contribuição de Einstein foi a pedra angular de um arco que Lorentz, Poincaré e outros construíram e que viria a suportar a estrutura erigida por Minkowski.”¹³⁰

Meu entendimento é o de que tal ponto de vista é histórica e cientificamente incorreto (senão intencionalmente pernicioso) se considerarmos os conceitos estritamente relativísticos, como pretendo demonstrar a seguir.¹³¹

Os atuais defensores do ponto de vista acima referido fundamentam-se no fato de que algumas das idéias decorrentes dos dois artigos de Einstein já vinham sendo investigadas por vários cientistas antes de 1905.

Isto é, sem dúvida, verdadeiro, e para começar vou levar o leitor ao ano de 1754 — portanto bem antes de 1905 — (cf. nota 77) quando o matemático Jean D’Alembert escreve que o tempo seria uma quarta dimensão, lembrando que também em 1895 o escritor H. G. Wells afirmou que “todo corpo real deve ter extensão em quatro direções: comprimento, largura, espessura e duração”, conceito que tomou forma definitivamente com H. Minkowski em 1908!

Seguem-se alguns resultados de particular interesse:¹³²

— Em 1875 o inglês Samuel Tolver Preston discute a existência de partículas de éter que se movimentam à velocidade da luz, e relaciona a massa dessas partículas à energia contida nas mesmas através da fórmula $E = mc^2$;

— J. J. Thomson, em suas pesquisas no ano de 1881 acerca da inércia de uma carga elétrica, a partir da teoria de Maxwell, obteve resultados que se aproximam da célebre equação de Einstein. É dessa época o conceito de massa eletromagnética, “uma forma de energia que surge especificamente no caso de uma partícula carregada acoplada ao seu próprio campo eletromagnético”;¹³³

— Os físicos J. J. Thomson e George Searle (1896) concluíram ser impossível acelerar uma carga pontual a uma velocidade igual ou superior à da luz, pois em velocidades próximas de c a energia eletromagnética da carga cresceria mais rapidamente do que o quadrado da velocidade da partícula, o que pode ser interpretado “supondo-se que a massa eletromagnética aumenta com a velocidade”. Tal resultado seria uma antecipação do aumento de massa previsto pela relatividade, que no entanto não se restringe à “massa eletromagnética”;

— Philip Lenard em 1898 e 1900, medindo a massa de partículas beta com velocidades muito altas (até $0,3c$), observou um aumento de massa do elétron com o aumento de velocidade;^{xlv}

¹³⁰ Max Born, *Physics and Relativity*. In A. Mercer and M. Kervaire (eds.): *Jubilee of Relativity Theory*, pp. 244–260. Birkhäuser, 1956.

¹³¹ É curioso como os mesmos que pretendem, em nome de um “rigor histórico”, diminuir a importância do trabalho de Einstein, se esquecem de referir, p. ex., a recomendação de Planck, que figura no início deste apêndice.

¹³² Para detalhes mais técnicos de algumas das referências que se seguem, ver Martins, Roberto A. [2015], Pais, A. [1982] e, especialmente, Brown, K. [2012], cap. int. “Quem criou a relatividade?”.

¹³³ Conf. Pais, A. [1982, cap. 7, 7c].

— Em 1900 Joseph Larmor publicou o ensaio *Aether and Matter*, no qual buscava estabelecer as transformações de tempo e espaço que mantêm invariantes as equações de Maxwell. Nesse ensaio apresentou uma primeira versão das transformações de Lorentz, às quais também chegara de forma independente, demonstrando ainda que se obtém a contração de FitzGerald-Lorentz através delas;¹³⁴

— Walter Kaufmann, em decorrência de suas investigações experimentais (pioneiras) acerca da relação energia-velocidade do elétron, publicou em 1901 um artigo intitulado “A deflectibilidade magnética e elétrica dos raios de Beckerel e a massa aparente do elétron”. A partir desses experimentos, concluiu em 1902 que a massa do elétron variava. Já existia então uma teoria eletromagnética (como vimos acima) que explicava esse efeito. Vimos, no entanto, na segunda parte, que os resultados de Kaufmann contrariavam tanto as previsões de Lorentz quanto as de Einstein;

— F. Hasenöhrl afirma em 1904 que a massa de um corpo depende de sua energia cinética e de sua temperatura, e aduz ainda que a energia é proporcional à massa, $E \propto m$, sem acrescentar c^2 como constante de proporcionalidade, como fez Einstein no ano seguinte.

— Olinto De Pretto (1857-1921), um cientista italiano pós-graduado em Agricultura, mas que também se dedicava à Física e à Geologia, em novembro de 1903 apresentou no Instituto Real de Ciências, Letras e Artes de Vêneto, o ensaio “*Ipotesi dell'etere nella vita dell'universo*” em que, referindo-se à velocidade das partículas de éter e supondo-a equivalente à da luz, busca explicar a natureza do éter e da força gravitacional: “A matéria movendo-se na velocidade da luz teria energia cinética igual a mv^2 ”, expressão na qual v corresponde a c na equação de Einstein.

O ensaio de 1903 foi publicado oficialmente no ano seguinte, e nele discute a relação entre massa e energia utilizando a fórmula “ mv^2 ”:

“(...) essa dedução conduz a conseqüências inesperadas e incríveis. Um quilograma de matéria, lançado à velocidade da luz, consistiria numa soma de energia inconcebível. (...) A que resultado espantoso fomos conduzidos? Ninguém poderia suspeitar que armazenada em estado latente num quilo de matéria, completamente oculta de todas as nossas investigações, haveria uma quantidade de energia equivalente ao montante de milhões e milhões de quilogramas de carvão, idéia que certamente seria julgada insana.”

Sobre dois nomes, porém, devemos nos deter e examinar com mais detalhes suas contribuições: o físico irlandês **Hendrick Antoon Lorentz** e o matemático francês **Henri Poincaré**.

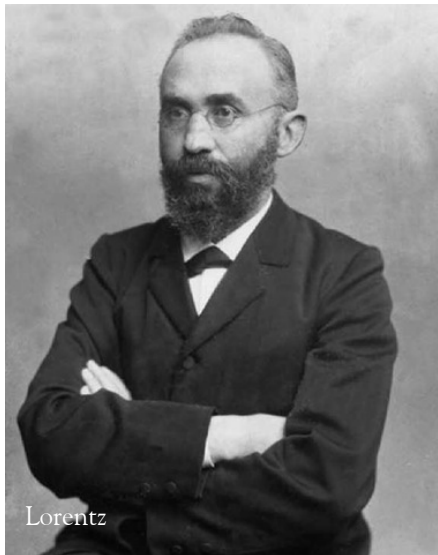


Olinto De Pretto

¹³⁴ Ver parte final do complemento matemático “Dedução das transformações de Lorentz”.

Lorentz

Em 1904 Lorentz (1853-1928) publica uma versão de sua Teoria do Elétron em que o modelo teórico desenvolvido é apresentado em sua forma completa. Lorentz formulou sua teoria em 1892 a partir do eletromagnetismo de Maxwell, baseando-se nos seguintes postulados:¹³⁵



1) Todas as ações eletromagnéticas acontecem num meio imóvel denominado éter;

2) A eletricidade possui estrutura corpuscular, os “elétrons” (entendidos como qualquer partícula carregada positiva ou negativamente), constituintes dos corpos e exercendo a função de vínculos entre a matéria e o éter;¹³⁶

3) O campo eletromagnético origina-se nos “elétrons”, atuando somente neles, e obedece às equações de Maxwell escritas em relação a um sistema de referência em repouso em relação ao éter;

4) [Segue-se uma descrição técnica da] força que o campo eletromagnético exerce sobre a unidade de volume da matéria eletricamente carregada.

Através destes postulados Lorentz esclareceu um fenômeno não explicado pela teoria de Maxwell: a dispersão da luz ao atravessar, p. ex., gotículas de água (como no arco-íris), além de fazer previsões corretas sobre fenômenos eletromagnéticos — mais tarde confirmadas experimentalmente — e explicar propriedades da matéria.

Nas publicações posteriores (entre as quais a de 1895, da qual Einstein tomou conhecimento), Lorentz vai pouco a pouco desenvolvendo e ampliando a teoria, até a versão completa de 1904.¹³⁷

Algumas decorrências da relatividade restrita aparecem na Teoria do Elétron, pois com ela Lorentz explica também o resultado nulo da experiência de Michelson & Morley (também explicado alguns anos antes e de forma independente por Fitzgerald): seria uma consequência da contração dos braços do interferômetro no sentido de seu movimento, mas, como já foi dito, tal explicação se baseava na noção de uma contração real dos componentes físicos da matéria (enquanto na teoria da relatividade o fenômeno é uma decorrência natural dos dois postulados apresentados por Einstein e da descrição matemática do movimento relativo entre sistemas inerciais diversos).

¹³⁵ Conf. José Maria F. Bassalo em seu *site* Seara da Ciência.

¹³⁶ Essa descrição nos permite concluir o quanto era ainda fragmentária a noção de átomo àquela altura.

¹³⁷ Constan novas publicações da Teoria do Elétron em 1905 e 1909.

A Teoria do Elétron, segundo especialistas, era complexa. Seguindo um critério de rigor histórico, não se pode omitir que ela fazia as mesmas previsões que a relatividade especial de Einstein,¹³⁸ valendo-se contudo da noção da existência de um éter jamais verificado, e aqui podemos finalizar com as palavras do próprio Lorentz: “Senti a necessidade de uma teoria mais geral, que tentei desenvolver mais tarde [i. é, em 1904], e que o senhor, e em menor extensão Poincaré, formulou”.¹³⁹

Einstein reconhecia a grande contribuição de Lorentz: no ano de 1920, em resposta à pergunta de um jornalista do New York Times que o entrevistou em sua residência em Berlim, e indagou sobre as origens da relatividade, respondeu: “Descobriu-se que [a invariância de Galileu] não se adaptaria aos movimentos rápidos em eletrodinâmica, o que levou a que o professor holandês Lorentz e eu próprio, desenvolvêssimos a teoria da relatividade restrita”.¹⁴⁰ E, em 1928: “O enorme significado de sua obra consistiu no fato de ter lançado as bases da teoria dos átomos e das teorias da relatividade restrita e geral. A teoria restrita foi uma exposição mais pormenorizada dos conceitos que podem ser encontrados nos trabalhos de investigação de Lorentz de 1895”.¹⁴¹

Poincaré

Henri Poincaré (1854-1912) esteve tão perto de descobrir a relatividade especial, que a ele J. Bernstein se refere nos seguintes termos: “(...) Quando se lê, por exemplo, uma conferência como ‘Princípios de Física Matemática’, pronunciada por



¹³⁸ “A versão da teoria dos estados correspondentes (...), do ponto de vista dos resultados experimentais, pode ser considerada praticamente equivalente à teoria da relatividade”; “(...) Mas apesar dessas diferenças conceituais, do ponto de vista das medidas e dos efeitos observáveis a teoria dos estados correspondentes é equivalente à relatividade especial de Einstein”, cf. Villani, A. [1981].

¹³⁹ Rascunho de uma carta a Einstein, jan/2015 (conf. Pais, A. [1982]). Essa necessidade se revela ainda conforme suas próprias palavras em **Fenômenos eletromagnéticos em um sistema que se move com velocidade inferior à da luz**, cf. Peduzzi, L [2011]: “Seria mais satisfatório se fosse possível mostrar, por meio de certas hipóteses fundamentais e sem desprezar termos de nenhuma ordem de grandeza, que muitas ações eletromagnéticas são completamente independentes do movimento do sistema”.

¹⁴⁰ New York Times, 3 de dezembro de 1920 (conf. Pais, A. [1982]).

¹⁴¹ Discurso de Einstein em homenagem à memória de Lorentz na Universidade de Leyden, pouco depois de seu falecimento (id. ib.).

Poincaré no Congresso Internacional de Artes e Ciências promovido na cidade de St. Louis em 1904 — um ano antes do trabalho de Einstein —, tende-se a perguntar continuamente e com espanto por que Poincaré **não** criou a relatividade especial. Faz ele, antes de tudo, lúcida apresentação do princípio da relatividade: *‘O princípio da relatividade é aquele segundo o qual as leis que regem os fenômenos físicos devem ser as mesmas, esteja o observador em repouso ou se deslocando em movimento uniforme de translação; nesses termos, não dispomos e não podemos dispor de quaisquer meios para distinguir entre estarmos ou não estarmos nos deslocando segundo esse movimento’.*”

Em 1898 havia publicado um artigo no qual afirmava que “*não temos intuição direta da igualdade entre dois intervalos de tempo*. As pessoas que pensam possuir essa intuição são vítimas de uma ilusão”, e conclui: “A simultaneidade de dois eventos, ou a ordem da sua sucessão, bem como a igualdade entre dois intervalos de tempo, têm de ser definidas de modo que as exposições das leis naturais sejam tão simples quanto possível. Em outras palavras, todas as regras e definições resultam de um oportunismo inconsciente”.

Em 1900, no discurso inaugural do Congresso de Paris, questionou: “Existe realmente o éter?” e, em 1904, no Congresso Internacional de Artes e Ciências em St. Louis voltou aos tópicos do discurso de 1900: “Que é o éter, como estão dispostas as respectivas moléculas, atraem-se ou repelem-se mutuamente?”, e critica a noção de uma velocidade absoluta: “Se conseguíssemos medir alguma coisa, teríamos sempre a liberdade de dizer que não era a velocidade absoluta, e, se não fosse a velocidade em relação ao éter, poderia ser sempre em relação a um novo fluido desconhecido com que encheríamos o espaço”; refere dois observadores em movimento relativo uniforme que desejam acertar os respectivos relógios por meio de sinais luminosos: “Relógios acertados dessa forma não apresentarão o tempo verdadeiro, em vez disso mostrarão o que podemos chamar de tempo local. (...) [Os fenômenos observados por um observador estão atrasados em relação ao outro, mas estão todos atrasados de igual modo, e] como exigido pelo princípio da relatividade, o observador não poderá saber se está em repouso ou em movimento absoluto”.

Contudo, mantendo-se ainda ligado aos velhos princípios, conclui que “infelizmente [esse raciocínio] não é suficiente e *são necessárias hipóteses complementares*; temos de supor que os corpos em movimento sofrem uma contração uniforme na direção do respectivo movimento”. Nessa conferência Poincaré teria discutido as Transformações de Lorentz sem mencionar (ou perceber!?) que as mesmas implicavam em uma contração dos corpos na direção de seu movimento! Pode-se concluir daí que não seria Poincaré a formular a relatividade especial,¹⁴² em outras palavras, Poincaré parecia tão confuso quanto os demais pensadores envolvidos direta ou indiretamente na questão, e terminou assim seu discurso: “Talvez devamos construir toda uma nova mecânica, da qual, até agora, só pudemos ter rápida visão, e em que, aumentando a inércia na medida em que a velocidade aumenta, a velocidade da luz se colocaria como limite intransponível”, mas acrescentou: “apresso-me a dizer que ainda não chegamos lá, e que nada ainda prova que [os velhos princípios] não vão emergir vitoriosos e intactos desta batalha”.

¹⁴² Textualmente conforme Pais, A. [1982].

Em 1905, falando da gravitação na parte final de um artigo datado de 5 de junho, o qual tem por base a teoria do elétron de Lorentz, Poincaré declara que as leis de Newton teriam de ser modificadas e prevê a existência de ondas gravitacionais que se deslocariam à velocidade da luz, antecipando a previsão da relatividade geral em dez anos.

Chamo atenção, neste ponto, para as considerações de Kevin Brown¹⁴³ acerca do artigo de Poincaré datado de 1905: “O ponto mais significativo é que Poincaré reconheceu que Lorentz havia atingido o limite de sua abordagem construtiva e, em vez disso, ele (Poincaré) pretendia não deduzir a relatividade a partir dos fenômenos do eletromagnetismo ou da gravidade, mas sim os atributos necessários do eletromagnetismo e da gravidade a partir do princípio da relatividade. Nesse sentido, é justo dizer que Poincaré originou uma teoria da relatividade em 1905 (simultaneamente com Einstein). Por outro lado, Poincaré e Lorentz continuaram a defender a visão de que a relatividade era apenas um fato aparente, resultante da circunstância de que nossos instrumentos de medição são necessariamente afetados por movimentos absolutos da mesma maneira que as coisas que estão sendo medidas”.

Não obstante, em 1909 Poincaré realizou uma série de conferências em Göttingen, sendo que na última, “*La Mécanique Nouvelle*”, abordou questões que se relacionavam à relatividade. Sua nova mecânica baseia-se em três hipóteses já familiares ao leitor: a primeira, que os corpos não podem atingir uma velocidade superior à da luz; a segunda, que as leis da Física são as mesmas em todos os referenciais inerciais. No entanto, a exemplo de sua conferência em St. Louis, 1904, “necessitamos admitir uma terceira hipótese, muito mais surpreendente, muito mais difícil de aceitar, oposta ao que estamos habituados. Um corpo em movimento de translação deforma-se na direção em que se desloca”.

Abraham Pais¹⁴⁴ destaca que, mesmo em 1909, Poincaré não sabia que a contração dos comprimentos era uma consequência dos postulados de Einstein, não compreendendo um dos aspectos mais básicos da relatividade especial!^{xlvi}

Quem, enfim, criou a relatividade especial?

Antes de respondermos de forma cabal a essa pergunta, vale a pena determo-nos em alguns fatos históricos.

Vamos nos concentrar inicialmente nas investigações de Preston e De Pretto, que se destacam ao conceber a idéia de uma equivalência entre massa e energia, mormente pelo fato deste último ter desenvolvido matematicamente suas idéias, e sua fórmula (m^2) não diferir em essência da de Einstein. Com relação a De Pretto, aventa-se hoje em dia a hipótese de que Einstein ter-se-ia inspirado em suas idéias para o famoso artigo de 1905.¹⁴⁵ Embora não endossemos tal hipótese, interessa-nos a verdade histórica, razão pela qual deixamos que historiadores e especialistas investiguem o fato e cheguem a uma conclusão.

¹⁴³ Brow, K. [2012, 1ª parte, cap. 5].

¹⁴⁴ Id. ib.

¹⁴⁵ Ver no complemento matemático a seção “A equação mais famosa da Física”.

É, porém, necessário que se faça uma distinção entre as idéias de Preston, as de De Pretto e as de Einstein: a grande diferença é que os dois primeiros ainda estão presos ao conceito de éter. Preston, por exemplo, concebia a matéria como uma espécie de “éter condensado”; através de colisões as moléculas em movimento fragmentar-se-iam em um grande número de partículas compartilhando velocidade e adquirindo energia cinética à custa de diminuição de massa, razão pela qual ele via a massa e o próprio éter como um vasto repositório de energia. Suas estimativas para a equivalência entre massa e energia também eram bastante próximas daquela descrita pela equação de Einstein. Essas idéias são, sem sombra de dúvida, notáveis, mas estão longe de ser relativísticas, conforme fica evidenciado pela referência ao éter e pelo mecanismo da conversão entre massa e energia.

A razão que nos leva a não endossar a hipótese citada é que o conceito de equivalência entre massa e energia é uma decorrência dos dois princípios fundamentais enunciados em “*Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento*”, já que não foram aduzidos outros,¹⁴⁶ do que se conclui que a abordagem de Einstein é genuína.

Já o físico Philip Lenard,¹⁴⁷ entusiasta do nazismo e conseqüentemente anti-semita, pretendeu em 1920 que a Teoria da Relatividade havia na verdade sido criada por dois físicos alemães já falecidos: Johann Georg Von Soldner e Friedrich Hasenöhrl.

Soldner, no ano de 1801, havia sugerido que a gravidade talvez fizesse a luz se curvar,¹⁴⁸ com cálculos baseados na teoria de Newton que indicavam uma deflexão de 0,875”,¹⁴⁹ e Hasenöhrl, ao desenvolver pesquisas sobre o comportamento da luz numa cavidade, em data anterior ao segundo artigo de Einstein nos *Annalen der Physik* (1905), concluiu que a energia dessa radiação talvez se relacionasse a uma massa por meio da equação $E=mc^2$ (diferentemente de Larmor, aduzindo a constante de proporcionalidade correta). Jeremy Bernstein¹⁵⁰ ressalta que “Hasenöhrl estava morto, [...] convenientemente indisponível para tecer comentários. Talvez Lenard tivesse um argumento melhor se tivesse escolhido Lorentz, já que as transformações que Einstein derivou a partir da teoria especial da relatividade foram escritas pela primeira vez por aquele. Mas Lorentz, que só morreria em 1928, ainda estava muito vivo e era um dos maiores admiradores do trabalho de Einstein — sentimento que era recíproco”.

Penso que aqueles que, motivados ou não por anti-semitismo, pretendem diminuir a importância da obra de Albert Einstein, às vezes elaborando argumentos um tanto forçados com esse fim e creditando-a principalmente a Lorentz e Poincaré (como fez Whitaker), não encontram respaldo na História, mesmo enviando todos os esforços para distorcê-la a favor de suas pretensões.^{xlvi}

¹⁴⁶ Cf. Infeld, L. [1950]. Ver também carta para K. Habicht, mencionada na pg. 122.

¹⁴⁷ De execrável memória, apesar de ganhador do Nobel de Física em 1905 por seu trabalho sobre raios catódicos. Outros nomes de destaque na Física envolveram-se vergonhosamente em ataques contra Einstein, conforme se pode constatar em Neffe, J. [2012].

¹⁴⁸ Will, c [1986]. Veja-se também a nota xxxi ao fim do livro.

¹⁴⁹ O valor correto previsto pela RG é 1,75”. V. a quarta parte deste livro.

¹⁵⁰ Bernstein, J. [1996].

Nós, contudo, defendemos a opinião — de resto, parece-nos, amplamente aceita pela maioria dos físicos e historiadores da ciência —, de que foi Albert Einstein e nenhum outro quem formulou a relatividade especial — em conformidade, aliás, com as palavras de Kevin Brown:¹⁵¹ “(...) apesar do título um tanto enganador do artigo de Einstein, a segunda parte do artigo (‘Parte eletrodinâmica’) era realmente apenas uma aplicação do quadro teórico geral desenvolvido na primeira parte (‘Parte cinemática’). Foi na primeira parte que a relatividade especial foi fundada, com conseqüências que se estendiam muito além da eletrodinâmica de Lorentz”.

Havia, sem dúvida, como vimos no início deste apêndice, um conjunto de idéias que vinham sendo debatidas e investigadas experimentalmente desde muito antes de 1905, idéias que mais tarde se revelariam relativísticas, mas então dispersas como um jogo de quebra-cabeças do qual as peças estivessem uma na mão de cada jogador, mas que não se reuniam num sistema único e internamente coerente, sendo possível que nem se suspeitava “pertencerem ao mesmo jogo”! Nessa abordagem, tomemos como um primeiro exemplo as investigações feitas por Kaufmann que o levaram a concluir em 1902 que a massa do elétron variava. Não parece que esse cientista tenha estendido tal resultado à massa de outras partículas, tampouco o relacionou a observações feitas por outros pesquisadores ou aos princípios da relatividade e da constância de c ! No entanto, a partir da formulação de Einstein os resultados elencados no início deste capítulo surgem — contrariando o senso comum — de forma natural, abrangente e puramente matemática!

Não há dúvida de que Einstein já tivera contato com algumas dessas idéias. Sabe-se, p. ex., que ele estudou a obra *La Science et l'Hypothèse*,¹⁵² de Henri Poincaré, publicada em 1902, na qual o autor expõe com precisão o já conhecido princípio da relatividade; chegou de forma independente às Transformações de Lorentz, e certamente conhecia o resultado do experimento de Michelson & Morley,¹⁵³ o qual, contudo, não teria — segundo ele — sido essencial para a formulação de sua teoria.¹⁵⁴ Conforme Shankland:¹⁵⁵ “Eu perguntei ao professor Einstein quanto

¹⁵¹ Brown, K. [2012, cap. 8 da 8ª parte].

¹⁵² Trata-se de uma compilação de vários textos anteriores de Poincaré, sendo que o último texto do livro, *La fin de la matière*, foi escrito em 1906 e inserido em edições posteriores da obra (cf. José Carlos dos Santos).

¹⁵³ Conforme ele próprio refere na conferência de Kyoto, em 1922: “Ainda estudante tomei conhecimento do inexplicável resultado do experimento de Michelson e compreendi intuitivamente que poderia ser incorreta a nossa forma de pensar, ao enfocarmos o movimento da Terra em relação ao éter, se reconhecêssemos o resultado experimental como um fato”. Um ano antes de morrer, Einstein tocou novamente no assunto, tendo dito: “O resultado de Michelson não teve uma influência considerável no meu desenvolvimento. Não me lembro nem mesmo se tinha conhecimento dele quando escrevi o primeiro artigo sobre o tema (1905)”. É possível presumir que, a essa altura da vida, a memória de Einstein já estivesse falhando.

¹⁵⁴ Apesar de Einstein ter admitido que o resultado do experimento de Michelson & Morley não fora essencial para o desenvolvimento da relatividade restrita, pois do contrário o teria mencionado em seu artigo, ele se dirigiu a Michelson publicamente com as seguintes palavras: “Foi o senhor que conduziu os cientistas por novos caminhos e, através de seu maravilhoso trabalho experimental, preparou o terreno para o desenvolvimento da Teoria da Relatividade. Descobriu um defeito traçoeiro na teoria do éter da luz, como era então conhecida, e estimulou as idéias de H. A. Lorentz e

tempo ele havia trabalhado na Teoria Especial da Relatividade, antes de 1905. Ele contou-me que tinha começado com a idade de dezesseis anos e trabalhado por dez anos; primeiro como estudante, quando, é claro, ele podia despendar somente parte do tempo nisto, mas o problema sempre esteve com ele. Ele abandonou muitas tentativas estêreis, *'até que eu percebi que o tempo era o suspeito!'*”.

Acrescente-se, contudo, que essas idéias constituíam um conjunto de informações disponível não apenas para Einstein (que, trabalhando em Berna, na Suíça, se mantinha — decerto a contragosto — bastante isolado dos grandes centros de pesquisa e, conseqüentemente, da possibilidade de dialogar mais de perto com seus pares¹⁵⁶): é um fato indiscutível que estavam também disponíveis para todos os cientistas da época (Lorentz e Poincaré, p. ex., já eram cinquentões em 1905), os quais, porém, não abandonavam os velhos conceitos e se mantinham firmes em sua já prolongada linha de pesquisa: Lorentz desenvolve sua teoria inteiramente convicto da existência do éter, donde se compreende por que esse grande cientista não cogitava a possibilidade de mudar de perspectiva.

Um outro exemplo que aduzimos são os já mencionados fenômenos referentes ao tempo (Poincaré, 1898) e à contração dos corpos: tais fenômenos, como foi dito, emergem naturalmente da matemática da relatividade especial, ou seja, são uma consequência dos dois postulados fundamentais da teoria.

Na descrição de Lorentz a contração dos corpos consistia numa alteração real da estrutura da matéria e foi apresentada como uma explicação para o resultado do experimento de Michelson & Morley. Já na relação $t' = t - vx/c^2$ Lorentz chamou t' de “tempo local”, que ele entendia como um artifício matemático sem muito significado físico; Poincaré, que também se referiu a essa relação como “tempo local”, chegou a conferir-lhe uma interpretação física, mostrando que se tratava de uma nova variável pela qual se media o tempo quando relógios eram sincronizados por meio de sinais luminosos. Nenhum dos dois compreendeu o que representava de fato essa variável.

São notáveis as palavras de Einstein logo nos primeiros parágrafos do artigo **“Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento”**, as quais implicavam claramente numa mudança de paradigma:¹⁵⁷

“A introdução de um éter luminífero irá se provar supérflua, uma vez que o ponto de vista a ser desenvolvido aqui não exigirá um espaço em repouso absoluto, dotado de propriedades especiais, nem atribuirá um vetor veloci-

Fitzgerald, a partir das quais se desenvolveu a Teoria da relatividade restrita”. Michelson contava, então, 89 anos.

¹⁵⁵ R. S. Shankland, “Conversações com Albert Einstein”.

¹⁵⁶ Bernstein, J. [1975].

¹⁵⁷ Mesmo por volta de 1900 já havia quem começasse a questionar o éter como um meio material que poderia ser dispensado. Conforme Paul Drude (1900) “a concepção de um éter absolutamente em repouso é mais simples e mais natural — pelo menos se o éter for concebido, não como uma substância, mas simplesmente como espaço dotado de certas propriedades físicas”. E, em 1901, Emil Cohn declarou: “Tal meio preenche todos os elementos do nosso espaço. Pode ser um sistema definido e ponderável, e também o vácuo”.

dade a um ponto do espaço vazio, onde os processos eletromagnéticos estão ocorrendo”.

À parte a inquestionável genialidade de Einstein, contariam a seu favor a juventude e a mente aberta a novas idéias, e contra os demais o fato de se manterem apegados a conceitos que não mais se justificavam: ao apresentar a teoria tendo como base os dois postulados já referidos, e a partir dos quais pôde deduzir os diversos fenômenos de que tratamos na segunda parte, Einstein tocou um ponto-chave: o conceito de éter não foi abandonado — como alguns textos fazem crer — apenas pelo fato de essa substância jamais ter sua existência verificada: com o éter abandonavam-se também as noções de tempo e espaço absolutos e a necessidade de um referencial em repouso em relação ao qual medir a velocidade da luz. O que se observa com isso é a história de um jovem e desconhecido cientista que, contraditando nomes consagrados da física, corajosamente aposta numa ruptura decisiva com a tradição — aposta, e ganha!

Consta, no entanto, que Einstein, a certa altura, teria “capitulado” ante o conceito do éter, e na conferência de Leyden, em 1920, disse:

“Recapitulando, podemos dizer que, de acordo com a teoria da relatividade Geral, o espaço tem qualidades físicas; neste sentido, portanto, existe um éter. De acordo com a relatividade geral um espaço sem éter é impensável; porque em tal espaço não haveria propagação da luz, nem possibilidade de padrões de espaço e de tempo (...), nem intervalos de espaço-tempo, no sentido físico.”

A que “éter” ele queria referir-se, ou formulando a pergunta de outra maneira, a que fenômeno pretendia nomear de “éter”? Tendo em vista que a essa altura Einstein falava da relatividade geral, não há dúvida de que se referia à estrutura geométrica do espaço-tempo, e assim sendo, parece-nos inteiramente fora de propósito alegar-se que com esse discurso Einstein de fato recuou diante dessa questão.

De qualquer forma, uma coisa é certa: o “éter” que ele menciona nessa ocasião não é o mesmo do qual se descartou ao formular a relatividade especial, publicada em 1905 — não é, por certo, aquela mesma substância que funcionava como suporte para as ondas eletromagnéticas e como um referencial absoluto em repouso, dotada de características estranhas e contraditórias que os físicos procuravam adequar às suas teorias.¹⁵⁸ xlviii

¹⁵⁸ Conforme Pais, A. [1982], “existiam os éteres de Fresnel, Cauchy, Stokes, Neumann, MacCoulagh, Kelvin, Planck e, provavelmente outros, distinguindo-se entre si por propriedades como o grau de homogeneidade e compressibilidade, bem como pela extensão com que a Terra arrastava consigo cada éter”.

3. CONTESTANDO A RELATIVIDADE (?)

O astrofísico e cosmólogo Paul Davies relata como já se tornou rotineiro encontrar entre sua correspondência diária alguma carta que, via de regra, começa com “Embora eu não seja um cientista...”, seguindo-se algo como “Einstein errou; eu descobri a verdade. Por favor, ajude-me a contar ao mundo”, e a demonstração do erro de Einstein vez por outra é feita com alguma matemática do ensino primário.¹⁵⁹



Herbert Dingle

Com efeito, não é difícil encontrar na Internet quem pretenda de fato demonstrar que a teoria da relatividade está errada, e é certo que provar isso seja o sonho de muitos que buscam notoriedade. Com esses tais não adianta argumentar que os mais experimentados pensadores da Física já teriam conseguido demonstrar, ao longo dos mais de cem anos transcorridos desde a publicação da relatividade especial, que a teoria de Einstein está errada, se estivesse; tampouco adianta apontar os inúmeros experimentos feitos que a comprovam.

De um modo geral são pessoas que não possuem nenhum conhecimento técnico do assunto. Porém, o que dizer daqueles que, por terem uma formação científica, possuem esse conhecimento e mesmo assim insistem nessa tolice?¹⁶⁰

Este será o caso do físico inglês e filósofo da ciência Herbert Dingle (1890-1978). Dingle possuía um currículo notável como professor e filósofo da ciência, bem como pesquisador na área de espectroscopia e também em cosmologia relativística. Foi autor de vários livros de ciência, incluindo “Relativity for All” (1922) e uma monografia intitulada “The Special Theory of Relativity” (1940).

No final dos anos 50, Dingle mudou seu entendimento e se empenhou numa controvérsia acerca da relatividade especial, tentando demonstrar que a teoria estava errada. Segundo Davies, Dingle chegou a convencer diversas pessoas e tentou cooptar mais gente para sua causa escrevendo cartas a várias revistas cujos editores, por fim, deixaram de responder-lhe. A querela durou anos e só terminou com seu falecimento em 1978.

Mas o que lhe parecia incorreto na relatividade especial?

Dingle teria apontado diversas supostas inconsistências na teoria. De algu-

¹⁵⁹ Davies, P. [1999].

¹⁶⁰ Um caso especial e curioso, que abrimos parênteses para referir, foi o do físico norte-americano Robert Millikan, que, não aceitando a descrição do efeito fotoelétrico feita por Einstein, dedicou-se ao longo dos anos seguintes a refutar a teoria através de experimentos cuidadosamente planejados e executados. O resultado foi o contrário do que Millikan esperava, e em 1914 — embora ainda resistisse à idéia dos *quanta* de luz — provou que Einstein estava certo, e pelo feito recebeu o Nobel em 1923.

mas ter-se-ia retratado, porém não da questão dos relógios em movimento relativo,¹⁶¹ acerca da qual referiu que “inevitavelmente requer-se que [o relógio] A trabalhe mais devagar do que [o relógio] B e B mais devagar do que A — o que não exige uma super-inteligência para ver que é impossível”.¹⁶²

Dingle não foi o único cientista ou pensador que tentou encontrar erros na relatividade. Mesmo hoje em dia existem aqueles que continuam buscando por esses erros, e não é difícil chegar a eles: basta uma pesquisa ligeira no Google e nos depararemos, ora com um leigo que, como no exemplo citado por Davies, afirma que a relatividade está errada e pode prová-lo; ora com alguém que ostenta um doutorado em física ou matemática, e esses fazem lembrar os engenheiros que ainda tentam, hoje em dia, construir um moto-perpétuo...

A teoria da relatividade incomoda?

Diante das cartas que recebe de “contestadores” da relatividade, Paul Davies diz: “Um exame mais atento revela as profundas ansiedades dos autores [das cartas] quanto ao Tempo. Como algo tão básico à nossa experiência pode ser relativo?, protestam. [...] Os manuscritos contêm diagramas complicados mostrando observadores às voltas com relógios e questões angustiadas sobre de quem é o tempo certo e quem está sendo enganado.”¹⁶³

Davies se refere à questão do Tempo, cuja descrição pela relatividade especial fere o senso comum, o que certamente incomoda enquanto não nos acostumamos a essa nova idéia. Mas eu não diria que seja exatamente a teoria da relatividade que incomoda: quem incomoda é o próprio Einstein.

Tendo-se em conta o quanto é inusitado que um físico teórico se torne um *superstar*, pode-se supor que talvez tenha sido essa a razão — não isoladamente mas associada a outras — que sujeitou o cientista judeu a tantos ataques.

Consta que na Rússia soviética burocratas do partido comunista afirmaram que “a teoria da relatividade estaria errada por ser uma teoria burguesa” (sic). Está visto que tal bobagem não foi dita por nenhum cientista russo.

O anti-semitismo levou, como referimos no apêndice 2, o prêmio nobel Phillip Lenard e outros físicos destacados a tentar, em 1921, desacreditar Einstein buscando mesmo creditar a outros suas descobertas.

Ainda hoje existem autores — movidos ou não por anti-semitismo — que procuram diminuir a importância de Einstein na elaboração tanto da relatividade especial quando da relatividade geral, valendo-se às vezes de argumentos pueris.

Tornou-se recorrente encontrar pessoas ressaltando os erros de Einstein como se isso fosse uma novidade, mas que não passa de uma tolice, já que é muito fácil compreender que qualquer cientista invariavelmente erra durante a elaboração de suas idéias e a construção de uma teoria. Em outras palavras, nenhuma teoria cai pronta no colo de seu criador.

Assim, se a relatividade incomoda, a figura carismática de Einstein incomoda muito mais, e se a figura do físico judeu permanece central entre os grandes

¹⁶¹ Veja a seção O Paradoxo dos Gêmeos.

¹⁶² Dingle, *Science at the Crossroads*.

¹⁶³ Davies, P. [1999].

cientistas do século XX, a relatividade também continua aí, e após resistir a mais de um século de investidas contra sua integridade, permanece firme.

Isso significa que se trata de uma “teoria inatacável”?

Não se pode responder taxativamente “sim” ou “não” a tal pergunta, sob pena de incorrer-se numa grave simplificação. É preciso ter-se a compreensão de que uma teoria científica, quando não se coaduna com os experimentos, é provável que seja incorreta ou, pelo menos, que precise de uma reformulação; é possível que valha apenas aproximadamente; e é possível ainda, como no caso da relatividade, que seja amplamente verificada com sucesso através de experimentos. Ainda assim a teoria possui um domínio de validade, extrapolado o qual ela deixa de fazer previsões corretas. A teoria da gravitação de Newton e a relatividade geral são bons exemplos: a teoria de Newton faz descrições corretas dentro de seu domínio de validade, além do qual é suplantada pela relatividade geral; mas a RG deixa de fazer previsões corretas no domínio quântico (ou seja, nos espaços e tempos diminutos da escala de Planck), e para esse novo domínio exige-se o que se tornou conhecido como uma teoria quântica da gravidade,¹⁶⁴ ainda não encontrada, mas da qual a RG seria um caso limite, assim como a teoria newtoniana da gravidade é um caso limite da relatividade geral.

Tendo em vista estas considerações, podemos sem sombra de dúvida afirmar que a teoria da relatividade está correta, sim, dentro de seu domínio de validade, e funciona extraordinariamente bem.

¹⁶⁴ V. Smolin, L. [2002].

4. COMPLEMENTO MATEMÁTICO

As equações do movimento

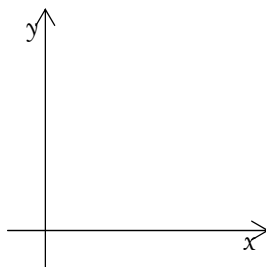
Com este conjunto simples de equações descreve-se o movimento dos corpos num plano (usa-se de ordinário o plano cartesiano nessa descrição).

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 + \alpha t$$

$$\frac{dv}{dt} = \alpha \quad (\text{constante} \neq 0)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha \cdot \Delta x$$



Na primeira equação, x é o espaço total percorrido pelo corpo, x_0 o espaço inicial, v_0 a velocidade inicial, α a aceleração e t o tempo. No caso de um projétil, a aceleração é a da gravidade, $g \simeq -9,81 \text{ m/s}^2$, com sinal negativo porque usualmente a orientação positiva é para cima. Tratando-se de uma equação do segundo grau, verificamos que o movimento do projétil descreve uma parábola.¹⁶⁵

A segunda equação é a derivada da primeira em relação a t , em que v é a velocidade final, e a terceira equação aduz a aceleração como derivada da velocidade, sendo constante e diferente de zero. Quando $\alpha = 0$, temos velocidade constante e a primeira equação se reduz a

$$x = x_0 + v_0 t.$$

Com essas equações e outras fórmulas dedutíveis desse conjunto é possível obter todas as informações referentes à trajetória e ao alcance de um projétil (desprezando-se a resistência do ar).

As transformações de Galileu. Referenciais em movimento relativo

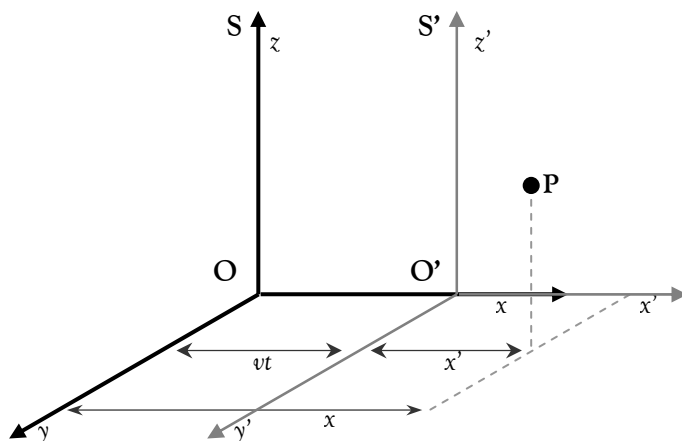
Um argumento utilizado pelos conservadores para contestar a idéia do movimento diurno da Terra (já que o sistema de Copérnico somente fora aceito com relutância — ou nem fora aceito —, sendo mais tarde condenado pela Igreja), é que, se a Terra se movesse, uma pedra ao ser atirada para cima não deveria cair no mesmo lugar.

Devido, no entanto, à rotação da Terra em torno de seu próprio eixo alguns efeitos sobre os ventos, dentre outros, podem ser observados. Um experimento que demonstrou a rotação da Terra foi o do pêndulo de Foucault. O físico francês

¹⁶⁵ V. primeira parte, item “Corpos em queda livre e o conceito de inércia”.

Jean Léon Foucault (1819-1868) fez esse experimento em Paris, no ano de 1851, observando o plano de rotação de um pêndulo com massa igual a 28 kg suspenso por um fio de aço de 67 metros de comprimento, preso a um suporte praticamente sem atrito. Ao deixá-lo oscilar livremente, pôde observar que o plano de oscilação gira gradualmente em torno do eixo vertical num período de várias horas.

O gráfico mostrado na figura seguinte representa um sistema galileano S e outro, S' , que se desloca no sentido positivo de x em movimento retilíneo e uniforme, através do qual se pode compreender o conjunto de equações conhecido como “Transformações de Galileu”:



$$(1) \quad x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

$$(2) \quad x = x' + vt$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

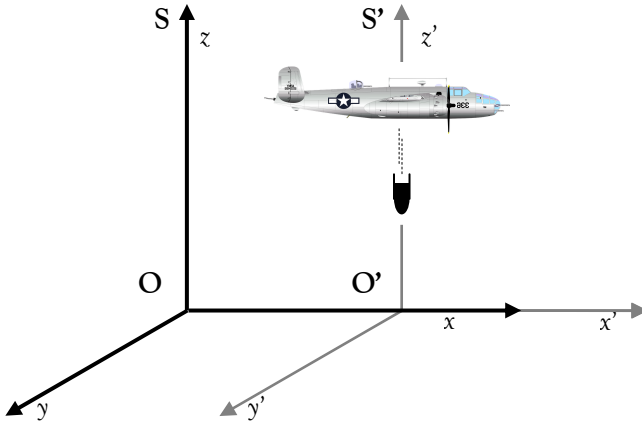
em que as variáveis x, y e z são coordenadas de posição (três eixos espaciais, isto é, largura, altura e profundidade) e t de tempo num sistema S , e x', y', z' e t' as coordenadas correspondentes do sistema S' que se move ao longo do eixo x , com velocidade v .

O conjunto de equações nº 1 descreve o que se observa no sistema S' em relação a S . Os eixos x e x' são paralelos, e num tempo $t_0 = t'_0 = 0$ as origens coincidem. Quando S' se desloca a uma velocidade v ao longo de xx' , vemos que a posição de um corpo P nesse referencial é dada pela diferença entre sua coordenada em S e o produto de sua velocidade pelo tempo gasto no percurso. As demais coordenadas do sistema, bem como o tempo, permanecem inalteradas.

A variável t é introduzida para termos de comparação com as transformações de Lorentz, que serão vistas mais tarde, já que o conceito newtoniano de

tempo absoluto não pressupunha, obviamente, que o tempo pudesse ser afetado pelo movimento, sendo portanto o mesmo em todos os sistemas inerciais.

Na figura seguinte vemos os mesmos sistemas de coordenadas, sendo que em S' (sobre o eixo z')¹⁶⁶ encontra-se um bombardeiro que voa paralelamente a x , em velocidade constante. O avião deixa cair uma bomba no instante t_0 , ou seja, quando as origens e os eixos de ambos os sistemas são coincidentes.



Vejamos então como se procede na passagem de um sistema inercial para outro.

O piloto vê a bomba cair verticalmente em movimento uniformemente acelerado (despreza-se aqui a resistência do ar). Considerando as equações de movimento vistas na seção anterior, temos como coordenadas da bomba em qualquer momento $t'=t$:

$$x' = 0$$

$$z' = z_0 - \frac{gt^2}{2}$$

Para um observador situado na origem de S , substituem-se essas coordenadas no conjunto (1) de equações acima:

$$\left. \begin{array}{l} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = vt \\ y = y_0 \\ z = z_0 - \frac{gt^2}{2} \end{array} \right\}$$

¹⁶⁶ Quando trabalhamos com duas dimensões apenas (plano cartesiano), o eixo y é o vertical. Neste caso, temos z como eixo vertical, o que não altera em nada os resultados.

Resolvendo a primeira equação do lado direito para o tempo, temos:

$$t = \frac{x}{v}$$

$$z = z_0 - \frac{gx^2}{2v^2}$$

Esta última equação é a da trajetória do projétil vista pelo observador em S, uma trajetória parabólica.

O conjunto de equações nº 2 mostra as transformações a partir do sistema S, que se move com velocidade $-v$ em relação a S'.

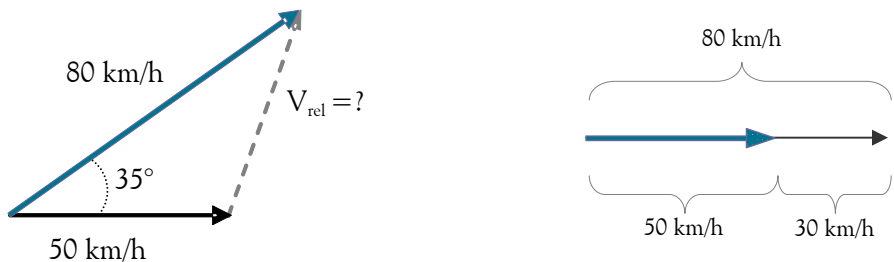
As Transformações de Galileu, que receberam esse nome cunhado pelo físico austríaco Philip Frank (188-1966) em 1909, valem para toda a física newtoniana, mas não, como também veremos mais adiante, para o Eletromagnetismo.

Soma de velocidades

Tratamos aqui da soma vetorial das velocidades, considerando o ângulo entre as trajetórias.

Uma motocicleta movendo-se a 80 km/h ultrapassa um automóvel que viaja a 50 km/h. O motorista do automóvel verá a motocicleta afastando-se à sua frente a 30 km/h, que é a diferença entre as velocidades, como se pode ver pela soma dos vetores (fig. abaixo, à direita).

Se, no entanto, a trajetória da motocicleta mantém um certo ângulo (p. ex. 35°) em relação à do automóvel, qual será a velocidade relativa (V_{rel}) neste caso entre ambos?



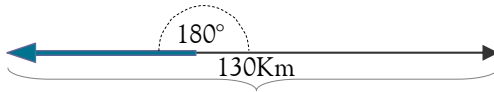
A lei dos co-senos nos dá a resposta:

$$[V_{rel}]^2 = 50^2 + 80^2 - 2 \times 50 \times 80 \times \cos 35 = 2346,7$$

$$V_{rel} = 48,4 \text{ km/h}$$

O resultado obtido anteriormente com a diferença simples entre as velocidades (30 km/h) se obtém da mesma forma utilizando-se a lei dos co-senos (ângu-

lo zero entre os vetores), bem como no caso em que os veículos transitam na mesma direção mas em sentido contrário (situação em que o ângulo entre os vetores é igual a 180°):



$$[V_{rel}]^2 = 50^2 + 80^2 - 2 \times 50 \times 80 \times \cos 180$$

$$[V_{rel}]^2 = 8.900 - 8000 \times (-1) = 16.900$$

$$V_{rel} = 130 \text{ km/h}$$

Sobre a aberração da luz

A descoberta da aberração da luz tem sua origem em observações cuja finalidade era descobrir se as estrelas possuíam uma paralaxe perceptível.

A paralaxe de um astro constitui na sua mudança aparente de posição quando esse astro é observado após um transcurso de seis meses desde sua observação inicial, momento em que a Terra se encontra no extremo oposto de sua órbita.

A primeira sugestão de paralaxe estelar partiu de Thomas Digges em 1573: se estivesse correto o modelo heliocêntrico de Copérnico, dever-se-ia, pelo menos em princípio, poder observar uma paralaxe estelar. Em 1680 Jean-Félix Picard afirmou, após dez anos de observações, que a estrela Polar apresentava variações em sua posição da ordem de $40''$ durante o ano, sendo que a partir de observações feitas em 1689 e anos seguintes John Flamsteed obteve resultado similar. Robert Hooke publicara em 1674 o resultado de suas observações sobre a estrela Gamma Draconis, que passa quase acima da latitude de Londres (quase, portanto, no zênite em relação ao ponto de observação, o que torna as observações mais simples). Hooke concluiu que essa estrela se encontrava $23''$ mais ao norte em julho do que em outubro.

James Bradley e Samuel Molyneux iniciaram suas pesquisas em dezembro de 1725 a fim de decidir a questão: afinal, as paralaxes estelares haviam sido observadas ou não? Para isso passaram a reinvestigar o movimento de Gamma Draconis, concluindo que essa estrela se movia $40''$ na direção sul entre setembro e março, revertendo seu curso de março a setembro — resultado que não podia ser explicado pelas teorias existentes à época, em vista do que Bradley iniciou nova série de observações, agora com seu próprio telescópio, que oferecia um campo de visão maior e com isso a possibilidade de obter as posições precisas de um maior número de estrelas, comprovando por fim que o fenômeno observado não correspondia à paralaxe estelar, mas sim ao efeito da aberração da luz.

Com base em seus cálculos, Bradley estimou a constante de aberração em $20''$ e pôde calcular a velocidade da luz em 183.200 km/s (pouco mais da metade da velocidade real).

Explica-se a aberração como a diferença de ângulo de um raio de luz em diferentes referenciais inerciais.

Vamos considerar a descrição clássica do fenômeno e tomar o Sol como referencial.

Seja um feixe de luz de velocidade igual a c (a velocidade da luz no vácuo), com as componentes u_x e u_y , em um ângulo θ tal que

$$\tan \theta = u_y / u_x$$

A Terra se move com velocidade v na direção x em relação ao Sol, de forma que a componente x da velocidade do feixe de luz no referencial da Terra é

$$u'_x = u_x - v,$$

enquanto a componente y não se altera:

$$u'_y = u_y.$$

Assim, o ângulo da luz no referencial da Terra em termos do ângulo no referencial do Sol é

$$\tan \varphi = \frac{u'_y}{u'_x} = \frac{u_y}{u_x - v} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta - \frac{v}{c}}.$$

Se $\theta = 90^\circ$, o resultado será

$$\tan(\theta - \varphi) = -\frac{v}{c}.$$

Para a descrição relativística a argumentação é a mesma, devendo-se porém utilizar as fórmulas relativísticas da soma de velocidades, que serão derivadas das Transformações de Lorentz:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}$$

$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma \left(1 - \frac{u_x v}{c^2} \right)},$$

em que $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$.

O ângulo do feixe de luz no referencial da Terra será

$$\tan \varphi = \frac{u'_y}{u'_x} = \frac{u_y}{\gamma(u_x - v)} = \frac{\text{sen } \theta}{\gamma(\cos \theta - v / c)}.$$

Se $\theta = 90^\circ$, então

$$\tan(\theta - \varphi) = -\frac{v}{c} \gamma,$$

e se $v/c \ll 1$ o valor poderá ser aproximado para

$$(\theta - \varphi) = -\frac{v}{c}.$$

A derivação relativística mantém a velocidade da luz

$$\sqrt{u_x^2 + u_y^2} = c$$

constante para todos os referenciais inerciais, ao contrário da derivação clássica.

O experimento de Fizeau

A velocidade da luz com a água parada seria c/n , a mesma se o éter não fosse arrastado pela água em movimento. Com o arrasto parcial do éter, conforme previsão de Fresnel, a velocidade w observada para a luz na água em movimento obedeceria à seguinte equação, no experimento de Fizeau:

$$w = \frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$$

em que n é o índice de refração da água, e $(1 - 1/n^2)$ o coeficiente de arrastamento de Fresnel. Fica, portanto, claro que no ar, em que $n = 1$, o coeficiente será igual a zero, ou seja, não haverá nenhum arrastamento do éter.

A teoria de Fresnel conseguia explicar satisfatoriamente experimentos feitos à época, mas era muito complexa. Assim, George Gabriel Stokes (1819-1903)

apresentou em 1845 uma nova teoria do éter, mais simples, na qual propunha o éter similar a um líquido viscoso que aderiria à superfície dos corpos e por isso era quase totalmente arrastado pela Terra, permanecendo em repouso em relação a ela numa região próxima ao solo. Mas a teoria do éter de Stokes não previa o resultado obtido por Fizeau em seu experimento, e acabou sendo abandonada.

Nesse experimento, os valores aproximados dos parâmetros foram: percurso do raio de luz na água, $l = 1,4875$ m; índice de refração da água, $n = 1,33$; comprimento de onda da luz $\lambda = 5,26 \times 10^{-7}$ m; velocidade da água, $v_a = 7,059$ m/s; número de franjas de interferência, $N = 0,23016$ (em relação à medida tomada com a água parada).

O coeficiente de arrastamento será representado por d .

O primeiro feixe atravessa a água num tempo t_1 :

$$t_1 = \frac{2l}{(c/n) - v_a d}$$

O segundo feixe o faz num tempo t_2 :

$$t_2 = \frac{2l}{(c/n) + v_a d}$$

$\therefore$

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{4lv_a d}{(c/n)^2 - v_a^2 d^2} \cong \frac{4ln^2 v_a d}{c^2}$$

O período T de vibração da luz é

$$T = \frac{\lambda}{c} \quad | \quad N \cong \frac{\Delta t}{T} = \frac{4ln^2 v_a d}{\lambda c}.$$

Com os valores dados, obtém-se

$$d = \frac{\lambda c N}{4ln^2 v_a} = 0,49.$$

B. Lesche [2005] demonstra, por meio de um exercício, a inconsistência da noção do arrasto do éter, levando-se em consideração que o fator de arrasto é relacionado com o índice de refração. Tendo em vista as propriedades do índice de refração, considere-se p. ex. que no ponto onde se situasse um prisma de vidro ter-se-ia um referencial de repouso do éter local, que será o mesmo para qualquer onda eletromagnética. Sabendo-se, porém, que o índice de refração depende da

cor da luz, devido à dispersão cromática do material, deveria existir então um éter diferente para cada comprimento de onda!

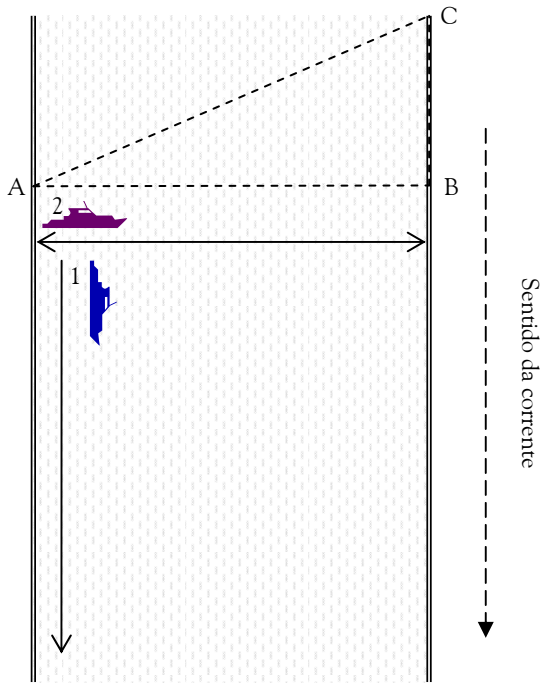
O experimento de Michelson & Morley

Para compreender melhor a experiência de Michelson e Morley, vamos acompanhar um exemplo elaborado pelo próprio Michelson, em que barcos movendo-se por um rio representam a luz deslocando-se através do éter.

Considerando um rio de largura L (v. fig.), dois barcos a motor farão percursos diferentes gastando tempos diferentes t_1 e t_2 :

Barco nº 1 — descer o rio por uma distância igual a L e voltar ao ponto de partida;

Barco nº 2 — atravessar o rio e voltar.



Vamos considerar o percurso do barco nº 1, e os parâmetros:

- A extensão a ser percorrida de ida e volta é $2L$;
- A velocidade do barco é constante igual a V ;
- A velocidade da correnteza é também constante e igual a v ;
- A descida, em que o barco navega a favor da corrente com velocidade $V+v$, é cumprida num tempo t_{1a} .
- A subida, em que o barco navega contra a corrente com velocidade $V-v$, é cumprida num tempo t_{1b} .
- O tempo total gasto, t , é calculado pela seguinte equação:

$$\Delta t_1 = t_{1a} + t_{1b} = \frac{L}{V+v} + \frac{L}{V-v} = \frac{2LV}{V^2 - v^2} = \frac{2LV}{V^2 \left(1 - \frac{v^2}{V^2}\right)} = \frac{2L}{V \left(1 - \frac{v^2}{V^2}\right)} = \frac{\frac{2L}{V}}{1 - \frac{v^2}{V^2}}$$

Conclui-se que, se o barco nº 1 fizesse percurso similar de ida e volta num lago, onde não há correnteza, gastaria um tempo mais curto, $\Delta t_1 = 2L/V$, pois apesar do ganho de velocidade na descida devido à velocidade da corrente, ocorre uma perda na subida, quando enfrenta a correnteza.

Vejamos agora o que se dá com o barco nº 2:

As grandezas permanecem as mesmas.

Observa-se porém que, para compensar o arrastamento da água, o barco nº 2 deverá fazer o percurso ligeiramente contra a correnteza (o percurso será AC, no triângulo pontilhado). Enquanto percorre a distância AC em relação ao rio, o barco será desviado pela correnteza uma distância BC, significando que percorre a distância AC num tempo igual (e simultâneo) ao que percorre BC:

$$\Delta t_{AC} = \Delta t_{CB}$$

$$\text{Sendo } \Delta t_{AC} = \frac{AC}{V} \text{ e } \Delta t_{BC} = \frac{BC}{v},$$

$$\frac{AC}{V} = \frac{BC}{v} \Rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{v}{V} \Rightarrow BC = AC \frac{v}{V}$$

Aplicando-se ao triângulo ABC o Teorema de Pitágoras:

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$$

$$\overline{AB}^2 + \left(\overline{AC} \frac{v}{V}\right)^2 = \overline{AC}^2 \Rightarrow \overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{AC}^2 \frac{v^2}{V^2} \Rightarrow$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 \left(1 - \frac{v^2}{V^2}\right) \Rightarrow \overline{AC}^2 = \frac{\overline{AB}^2}{\left(1 - v^2/V^2\right)}$$

Sendo $AB = L$, temos ida e volta cruzando o rio:

$$\Delta t = 2 \frac{\overline{AC}}{V} = 2 \frac{\frac{\overline{AB}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}}}{V} = 2 \frac{\frac{L}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}}}{V} = \frac{2L}{V \sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}} = \frac{\frac{2L}{V}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}}$$

donde se conclui que o tempo para completar o percurso é também maior do que se o barco navegasse em águas paradas. Porém, da relação entre o tempo t_1 e o tempo t_2 , vem:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{2L}{V}}{1 - \frac{v^2}{V^2}} \div \frac{\frac{2L}{V}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}}{1 - \frac{v^2}{V^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}}.$$

O tempo gasto pelo barco nº 1 é maior que o tempo gasto pelo nº 2.

No lado direito da igualdade acima vemos o fator de Lorentz, com o qual o leitor tomará contato ao abordarmos as Transformações de Lorentz, mais adiante.

Em decorrência do que se sabe hoje sobre a luz, conclui-se que o exemplo não reflete a realidade em se tratando de uma comparação entre o comportamento das ondas eletromagnéticas e o dos barcos no rio, ou seja, o que vale para os barcos não vale para a luz. Em outras palavras, não seria possível medir a velocidade da Terra em relação a um suposto éter por meios estritamente eletromagnéticos.

Porém, no experimento de Michelson & Morley o cálculo do tempo de percurso dos feixes de luz é como o mostrado acima, fazendo apenas $L = l$ e $V = c$. Obtém-se na primeira parte do experimento os tempos:

$$t_1 = \frac{2l_1}{c \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)}, \quad t_2 = \frac{2l_2}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

dessas expressões obtém-se:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2l_2}{c \sqrt{1 - v^2 / c^2}} - \frac{2l_1}{c \left(1 - v^2 / c^2 \right)} = \frac{2}{c} \left(\frac{l_2}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} - \frac{l_1}{1 - v^2 / c^2} \right)$$

Quando o equipamento foi girado de 90° e repetido o experimento, obtiveram-se os seguintes tempos:

$$t'_1 = \frac{2l}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t'_2 = \frac{2l}{c \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)}$$

do que, podemos ver, os valores entre t_1 e t_2 foram invertidos entre t'_1 e t'_2 . Da diferença entre ambos, vem:

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \frac{2}{c} \left(\frac{l_2}{1 - v^2 / c^2} - \frac{l_1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \right).$$

A diferença entre ambas as observações nos fornece:

$$c(\Delta t' - \Delta t) = \frac{2}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \left(\frac{(l_2 + l_1)}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} - (l_2 + l_1) \right) \cong \frac{v^2}{c^2} (l_2 + l_1)$$

pois, tendo em vista que $v \ll c$, é possível fazer a aproximação

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \cong 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}.$$

Por essa diferença dever-se-ia observar, para um comprimento de onda da luz igual a λ , um deslocamento das franjas de interferência, ΔN :

$$\Delta N = \frac{c(\Delta t - \Delta t')}{\lambda} = \frac{2 \times 2L}{\lambda} \frac{v^2}{c^2}.$$

Exemplo: tendo sido usada no experimento luz com um comprimento de onda de $5,9 \times 10^{-9}$ m, medindo os braços do interferômetro 1 m e sendo a velocidade orbital da terra de ≈ 30 km/s, dever-se-ia observar o seguinte deslocamento das franjas:

$$\Delta N = \frac{2L}{\lambda} \frac{v^2}{c^2} = \frac{2 \times 1}{5,9 \times 10^{-9}} \frac{30.000^2}{300.000.000^2} = \frac{2}{5,9 \times 10^{-9}} \frac{1}{10^8} = \frac{2}{5,9} \cong 0,34.$$

Nenhum deslocamento, porém, foi observado.

À luz da relatividade, o resultado do experimento M&M é facilmente compreensível: a hipótese do éter criava um referencial privilegiado, mas tal referencial não existe. Assim, nas palavras de Einstein¹⁶⁷:

“De acordo com [a relatividade], não existe nenhum sistema de coordenadas privilegiado que crie as condições para a introdução da idéia do éter, e portanto também não existe nenhum vento de éter, e nenhum experimento para

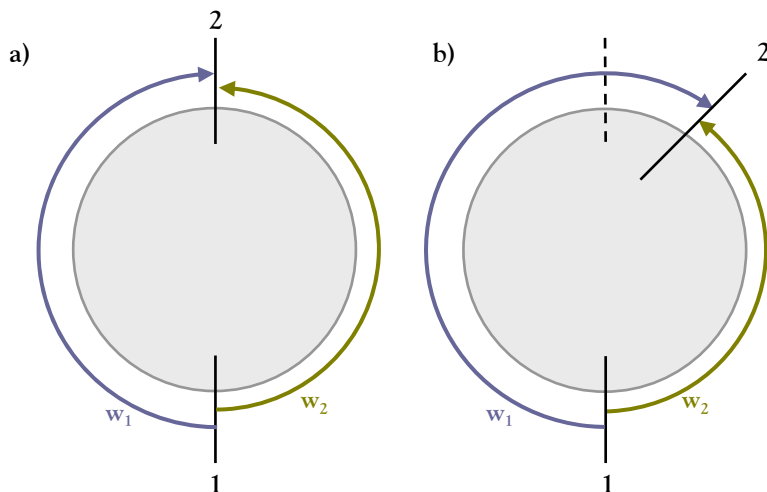
¹⁶⁷ Einstein, A. [1916].

evidenciá-lo. A contração dos corpos em movimento resulta aqui, sem necessidade de hipóteses especiais, dos dois princípios básicos da teoria; e nesta contração o que importa não é o movimento em si, ao qual não conseguimos atribuir nenhum sentido, mas sim o movimento em relação ao corpo de referência escolhido em cada caso. O sistema de espelhos de Michelson e Morley não sofre contração em um sistema de referência que se movimenta com a Terra, mas sim em um sistema de referência que esteja em repouso em relação ao Sol.”

O Efeito Sagnac

Ficou conhecido como “efeito Sagnac” o obtido pelo físico francês Georges Sagnac (1869-1928) ao utilizar um interferômetro cíclico em rotação uniforme.

A idéia desse interferômetro consiste em que dois raios de luz sigam uma trajetória circular, como no esquema abaixo. Se o disco está parado, os dois raios — partindo simultaneamente do ponto 1 — encontram-se em fase no ponto 2 (fig. a). Se, contudo, o disco está girando (na fig. b, o giro está no sentido horário), vemos que o raio w_1 percorre um caminho maior que o raio w_2 , encontrando-se no mesmo ponto 2, agora no entanto deslocado de um certo ângulo em relação à sua posição original, o que ocasiona o surgimento de franjas de interferência, fotografadas por Sagnac em 1913.

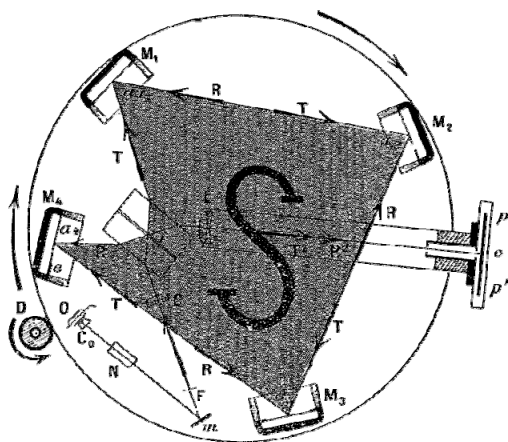


Tal experimento fora sugerido inicialmente por Michelson como capaz de detectar o movimento relativo ao éter, tendo também sido realizado por Franz Harres, em Jena entre 1909 e 1911. Contudo, “nem Michelson ligou sua previsão teórica a nenhum resultado experimental, nem Harres ligou seu experimento à

rotação propriamente do interferômetro no sentido do efeito Sagnac, de modo que foi mesmo apenas com Sagnac, que aparentemente desconhecia ambas as contribuições anteriores, que o efeito passou a ser conhecido e discutido no contexto do debate da existência do éter e da teoria da relatividade”.¹⁶⁸

No experimento de Sagnac o interferômetro não era um disco, mas formado por quatro espelhos dispostos em círculo onde os raios de luz, partindo do ponto O, refletiriam (simulando, portanto, uma trajetória circular) antes de serem recombinados e observados, conforme a figura seguinte.

Sagnac descreve como interpretou o surgimento das franjas de interferência observadas: “(...) o efeito interferencial observado é bem o efeito ótico de turbilhonamento devido ao movimento do sistema em relação ao éter, e manifesta diretamente a existência do éter, suporte necessário das ondas luminosas de Huygens e de Fresnel”.¹⁶⁹



Tal efeito chegou a ser utilizado por partidários do éter na tentativa de invalidar a relatividade restrita. Porém, com sua análise do fenômeno, o físico Paul Langevin (1872-1946), também francês, esclareceu a questão explicando-o no contexto da relatividade, que nesse caso previa o mesmo deslocamento das franjas de interferência.

É interessante observar que a previsão teórica do resultado encontrado por Sagnac já existia antes da realização do experimento, e mesmo a explicação em termos relativísticos já havia sido aduzida por Von Laue em 1911!

Apesar de o efeito Sagnac traduzir-se como um efeito clássico e ser também explicado no âmbito da relatividade restrita, parece que ainda é utilizado por alguns na tentativa de mostrar um possível conflito com a teoria. Textualmente, conforme Kevin Brown¹⁷⁰: “A afirmação usual é que o efeito Sagnac de alguma forma falsifica a invariância da velocidade da luz em relação a todos os sistemas

¹⁶⁸ Pimentel Jr. [2012].

¹⁶⁹ Id. ibd.

¹⁷⁰ Brown, K. [2018].

de coordenadas inerciais. Obviamente, isso não ocorre, como fica claro pelo fato de que a descrição simples de um dispositivo Sagnac arbitrário acima baseia-se na velocidade isotrópica da luz em relação a um sistema específico de coordenadas inerciais, e todos os outros sistemas de coordenadas inerciais estão relacionados a este pelas transformações de Lorentz, que são definidas como as transformações que preservam a velocidade da luz. Portanto, nenhuma descrição de um dispositivo Sagnac, em termos de qualquer sistema de coordenadas inerciais, pode implicar velocidade não isotrópica de luz, nem qualquer descrição desse tipo produz resultados fisicamente observáveis diferentes dos derivados acima, conhecidos por concordar com o experimento. (...)

“No entanto, continua sendo um princípio seminal do anti-relativismo (por falta de um termo melhor) que o efeito trivial de Sagnac de certa forma refuta a relatividade. Aqueles que defendem essa visão às vezes afirmam que as expressões “ $c + v$ ” e “ $c - v$ ” que aparecem na derivação da mudança de fase são *prima facie* prova de que a velocidade da luz não é c em relação a algum sistema de coordenadas inerciais. Quando se ressalta que essas quantidades não se referem à velocidade da luz, mas à soma e diferença da velocidade da luz com a velocidade de algum outro objeto, ambas em relação a um único sistema de coordenadas inerciais, que pode ser tanto quanto $2c$, de acordo com a relatividade especial, os anti-relativistas são destemidos e simplesmente passam a construir “objeções” progressivamente mais complicadas e ilusórias. Por exemplo, às vezes argumentam que cada ponto no perímetro de um dispositivo Sagnac circular em rotação está sempre instantaneamente parado em algum sistema de coordenadas inerciais e, de acordo com a relatividade especial, a velocidade da luz é precisamente c em todas as direções em relação a qualquer sistema inercial de coordenadas, portanto (eles argumentam) a velocidade da luz deve ser isotrópica em todos os pontos de toda a circunferência do disco e, portanto, os pulsos de luz devem levar uma quantidade igual de tempo para percorrer o disco em qualquer direção. Desnecessário dizer que esse “raciocínio” é inválido, porque os pulsos de luz nunca estão (muito menos sempre) no mesmo ponto do disco ao mesmo tempo durante suas respectivas viagens em direções opostas ao seu redor. A qualquer momento, o ponto do disco em que um pulso está localizado está necessariamente acelerando em relação ao quadro de repouso inercial instantâneo do ponto no disco em que o outro pulso está localizado (e vice-versa). Como observado acima, é evidente que, como a velocidade da luz é isotrópica em relação a pelo menos um quadro de referência específico, e como todos os outros quadros estão relacionados a esse quadro por uma transformação que preserva explicitamente a velocidade da luz, não há inconsistência com a invariância da velocidade da luz.

“Tendo aceitado que os efeitos observáveis previstos pela relatividade especial para um dispositivo Sagnac são corretos e não implicam inconsistência lógica, os oponentes dedicados da relatividade especial às vezes recorrem a alegações de que, no entanto, existe uma inconsistência na interpretação relativista do que realmente está acontecendo localmente em torno do dispositivo em certas circunstâncias extremas. A falácia fundamental subjacente a essas alegações é a idéia de que os feixes de luz estão percorrendo os mesmos caminhos inerciais, ou

pelo menos congruentes, através do espaço e do tempo, à medida que avançam da fonte para o detector. Se isso fosse verdade, suas velocidades inerciais precisariam realmente diferir para que seus tempos de chegada ao detector fossem diferentes. No entanto, os dois pulsos não percorrem caminhos congruentes da emissão ao detector (assumindo que o dispositivo esteja mesmo girando). O feixe co-rotativo está viajando um pouco mais longe do que o feixe de contra-rotação no sentido inercial, porque o detector está se afastando do primeiro e em direção ao segundo enquanto estão em trânsito. Naturalmente, a proporção de comprimentos do caminho óptico é a mesma em relação a qualquer sistema fixo de coordenadas inerciais.”

Em 1925 Michelson e Gale utilizaram o efeito Sagnac para medir a taxa de rotação absoluta da Terra, utilizando um *loop* ótico retangular de 2,5 milhas de comprimento por 1,5 de largura. O experimento foi feito atendendo a solicitação de relativistas que desejavam confrontar o resultado de tais medições com o previsto pela relatividade especial (um deslocamento das franjas de interferência igual a 237 partes em 1000), visando refutar a teoria do éter totalmente arrastado pela Terra em rotação.

Michelson não chegou a mostrar-se entusiasmado na realização de tal experimento pois “é forte minha convicção de que apenas provaremos que a Terra gira em seu eixo, uma conclusão da qual acho que já podemos ter certeza”.

O deslocamento esperado das franjas, de acordo com a relatividade especial, foi previsto por Michelson como

$$\Delta = \frac{4A\omega \sin \phi}{\lambda c}$$

em que Δ é o deslocamento, A a área em quilômetros quadrados, ω a velocidade angular da Terra, ϕ a latitude, λ o comprimento de onda e c a velocidade da luz.

A velocidade angular da Terra medida por esse procedimento confirmou aquela dada pelos astrônomos. Igualmente, a previsão relativística foi confirmada com grande aproximação (230 partes em 1000), tendo Michelson comentado que “esse resultado pode ser considerado uma evidência adicional em favor da relatividade, ou igualmente como evidência de um éter estacionário”.¹⁷¹

*Dedução das Transformações de Lorentz*¹⁷²

Parte 1

Além dos dois postulados básicos da relatividade especial, Einstein considerou ainda a isotropia e homogeneidade do espaço e do tempo através das seguintes suposições (o que é referido num escrito de 1921, não publicado):

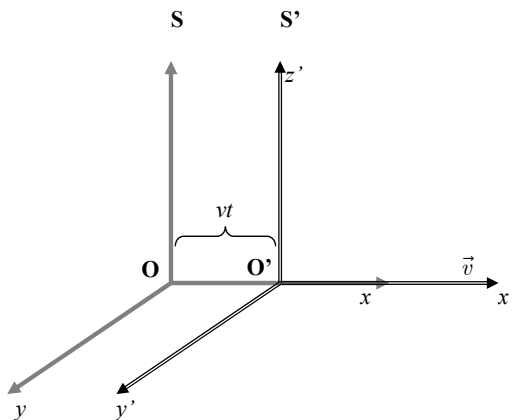
¹⁷¹ Cf. Brown, K. [2018].

¹⁷² Para mais informações, v. Peduzzi, [IV, 2011], cap. 5.3.

- 1) A velocidade da luz é a mesma em qualquer direção e sentido;
- 2) O espaço e o tempo são homogêneos, ou seja, possuem as mesmas características em qualquer lugar e em qualquer época;
- 3) O espaço é isotrópico, o que significa que não há uma direção privilegiada, sendo todas fisicamente equivalentes;
- 4) A luz é o sinal mais rápido.

Dados os postulados, veremos como se deduz, a partir deles e das suposições acima, um conjunto de equações conhecido como Transformações de Lorentz, que na relatividade restrita substituem as Transformações de Galileu.

Consideremos dois sistemas inerciais, S e S', com coordenadas x, y, z, t e x', y', z', t' respectivamente em movimento relativo. No caso, S' desloca-se para a direita ao longo dos eixos x - x' que, na figura abaixo, para simplificar se sobrepõem, sendo que os demais eixos se mantêm paralelos. No instante $t=t'=0$, as origens O e O' de ambos os sistemas coincidem.



Precisamos encontrar uma equação que relacione as coordenadas vistas por O com as coordenadas vistas por O'. Isto pode ser representado matematicamente pela expressão (a), abaixo, em que Π é o operador que realiza a transformação.

Tal operador é a matriz dada pela expressão (b).

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{pmatrix} = \Pi \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \quad (a)$$

$$\Pi = \begin{pmatrix} k_1 & l_1 & m_1 & n_1 \\ k_2 & l_2 & m_2 & n_2 \\ k_3 & l_3 & m_3 & n_3 \\ k_4 & l_4 & m_4 & n_4 \end{pmatrix} \quad (b)$$

Temos então o seguinte sistema de equações:¹⁷³

$$\begin{cases} x' = k_1x + l_1y + m_1z + n_1t \\ y' = k_2x + l_2y + m_2z + n_2t \\ z' = k_3x + l_3y + m_3z + n_3t \\ t' = k_4x + l_4y + m_4z + n_4t \end{cases} \quad (1)$$

É necessário que as equações sejam lineares, isto é, as variáveis são de primeira potência. Esta exigência se deve à hipótese de que o espaço e o tempo, conforme as suposições referidas, são homogêneos, ou seja, a medida do comprimento de um objeto não deve depender da localização do mesmo, seja no espaço, seja no tempo.

Ora, se supusermos p. ex. que x' dependa do quadrado de x , teremos $x' = k_1x^2$. A distância em S' de dois pontos estaria relacionada à sua posição em S por $x'_2 - x'_1 = k_1(x_2^2 - x_1^2)$. Uma barra de comprimento igual a 1, em S , nos pontos $x_2=2$ e $x_1=1$ mediria em S' $2^2-1^2=3k_1$; porém, se a mesma barra estivesse nos pontos $x_2=5$ e $x_1=4$, mediria em S' $5^2-4^2=9k_1$, significando que o comprimento da barra dependeria de onde ela se localiza no espaço. Da mesma forma, rejeitam-se para tais medidas qualquer dependência do tempo que não seja linear.

Prosseguindo.

Temos em (1) dezesseis coeficientes, e espera-se que seu valores dependam da velocidade relativa v dos sistemas.

Se $v = 0$, os sistemas estão em repouso relativo, temos os coeficientes $k_1=l_2=m_3=n_4=1$ e os demais iguais a zero. Caso $v \neq 0$, com $v \ll c$, podem-se adotar as transformações galileanas. Nos demais casos, isto é, quando v é expressiva em relação a c , é preciso determinar os coeficientes em (1).

Veremos como fazê-lo baseando-se tão só nos dois postulados adotados por Einstein: o princípio da relatividade e o princípio da constância da velocidade da luz.

O eixo x coincide com x' , sendo que para isso é necessário que sempre que $y=0$ e $z=0$ tenhamos $y'=0$ e $z'=0$. Assim, as fórmulas de transformação para y e z devem ser:

$$\begin{aligned} y' &= l_2y + m_2z \\ z' &= l_3y + m_3z \end{aligned}$$

Assim sendo, os coeficientes k_2 , n_2 , k_3 e n_3 devem igualar-se a zero (do contrário y' e z' dependeriam de x e de t). Da mesma forma, o plano $x-y$ (caracterizado por $z=0$) deve transformar-se no plano $x'-y'$ (caracterizado por $z'=0$); o mesmo

¹⁷³ Resnick, R. [1971].

para os planos $x\text{-}x'$ e $x'\text{-}x'$, com $y=0$ correspondendo a $y'=0$. Assim, segue-se que m_2 e l_3 também são iguais a zero:

$$\begin{aligned}y' &= l_2 y \\ z' &= m_3 z\end{aligned}$$

Obtêm-se os coeficientes l_2 e m_3 a partir do princípio da relatividade. A descrição que se segue é para l_2 , sendo que para m_3 a descrição é equivalente.

Suponha uma barra de comprimento igual a 1, medida em S, posta ao longo do eixo y . O observador em S' encontrará para essa barra o valor $y'=l_2 y=l_2 \times 1=l_2$. Considere agora que a mesma barra seja transportada para S' e colocada em repouso ao longo de y' . O observador em S' deve medir o mesmo comprimento (=1) para essa barra quando ela se acha em repouso em seu sistema, que o observador de S mede quando ela está em repouso em relação a S (pois do contrário haveria uma assimetria nos sistemas, contrariando o primeiro postulado). Assim sendo, o observador em S mediria $y=y'/l_2=1/l_2=1/1=1$. Encontramos então que $l_2=m_3=1$, e as equações ficam:

$$\begin{aligned}y' &= y \\ z' &= z\end{aligned}\tag{2}$$

Vejam agora as equações para x' e t' :

$$\begin{aligned}x' &= k_1 x + l_1 y + m_1 z + n_1 t \\ t' &= k_4 x + l_4 y + m_4 z + n_4 t\end{aligned}$$

Devemos supor que t' não depende de y e de z , pois do contrário relógios colocados simetricamente no plano $y\text{-}z$, em torno do eixo x (em y e $-y$, ou em z e $-z$), discordariam quando observados de S', contrariando a isotropia do espaço. Daí resulta que $l_4=m_4=0$.

Quanto à equação de x' , temos que um ponto movendo-se para a direita com velocidade v deve ter sua coordenada $x'=0$ idêntica a $x=vt$ (pode-se considerar $x'=0$ como a origem de S'. Veja a figura). Assim, temos como a equação de transformação

$$\begin{aligned}x' &= k_1 (x - vt) \\ \therefore x' &= k_1 x - k_1 vt = k_1 x + n_1 t\end{aligned}$$

Daí, $n_1=-vk_1$, bem como $l_1=m_1=0$ — pois do contrário x' dependeria de componentes em y e z —, e as quatro equações de (1) ficam reduzidas a:

$$\begin{aligned}
x' &= k_1 x (x - vt) \\
y' &= y \\
z' &= z \\
t' &= k_4 x + n_4 t
\end{aligned} \tag{3}$$

Temos assim três coeficientes a determinar: k_1 , k_4 e n_4 .

Usa-se agora o princípio da constância da velocidade da luz para os dois sistemas inerciais S e S'. Vamos admitir que no instante $t=0$ uma onda de luz esférica parta da origem de S, a qual coincide com a origem de S' naquele momento. A onda se propaga com velocidade c para todas as direções. Sua propagação é descrita, portanto, pela equação da esfera, cujo raio se expande a uma velocidade c tanto em termos das coordenadas de S quanto das de S':

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \tag{4}$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \tag{5}$$

Substituem-se em (5) os valores para x' , y' , z' e t' encontrados em (3):

$$k_1^2 (x - vt)^2 + y^2 + z^2 = c^2 (k_4 x + n_4 t)^2,$$

e, elevando-se ao quadrado e reordenando os termos, chegamos a:

$$(k_1^2 - c^2 k_4^2) x^2 + y^2 + z^2 - 2xt (vk_1^2 + c^2 k_4 n_4) = (c^2 n_4^2 - vk_1^2) t^2.$$

Para que esta expressão concorde com (4), devemos considerar os coeficientes de x^2 , t^2 e de $-2xt$, e formar o seguinte sistema linear, no qual são variáveis k_1 , k_4 e n_4 , para as quais devemos resolvê-lo (fazendo $n_4=A$, $k_1=B$ e $k_4=D$, simplifica-se a notação do sistema):

$$\begin{cases} c^2 n_4^2 - v^2 k_1^2 = c^2 \\ k_1^2 - c^2 k_4^2 = 1 \\ vk_1^2 + c^2 k_4 n_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c^2 A^2 - v^2 B^2 = c^2 \\ B^2 - c^2 D^2 = 1 \\ vB^2 + c^2 DA = 0 \end{cases}$$

cujas resolução é como se segue: primeiro temos, na segunda e na terceira equações do sistema, respectivamente

$$B^2 = 1 + c^2 D^2 \text{ e } A = \frac{-vB^2}{c^2 D} = \frac{-v(1 + c^2 D^2)}{c^2 D}.$$

Substituindo estes valores na primeira equação, obtém-se:

$$\begin{aligned} c^2 \left[\frac{-v(1 + c^2 D^2)}{c^2 D} \right]^2 - v^2 (1 + c^2 D^2) &= c^2 \\ \left[\frac{v^2 (1 + 2c^2 D^2 + c^4 D^4)}{c^2 D^2} \right] - v^2 - v^2 c^2 D^2 &= c^2 \\ v^2 + 2v^2 c^2 D^2 + v^2 c^4 D^4 - v^2 c^2 D^2 - v^2 c^4 D^4 &= c^4 D^2 \\ v^2 + v^2 c^2 D^2 - c^4 D^2 &= 0 \\ (v^2 c^2 - c^4) D^2 + v^2 &= 0 \\ D^2 = \frac{-v^2}{v^2 c^2 - c^4} = \frac{v^2}{c^4 - v^2 c^2} = \frac{v^2 / c^4}{1 - v^2 / c^2} \\ D = \pm \sqrt{\frac{v^2 / c^4}{1 - v^2 / c^2}} \Rightarrow D = \frac{-v / c^2}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \end{aligned}$$

(Obs.: A terceira equação do sistema exige D negativo para igualar a zero.)

Encontrado o valor para D, encontram-se os valores para A e B.

A solução do sistema é:

$$n_4 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad k_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad k_4 = \frac{-v / c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (6)$$

Se substituirmos os valores de (6) em (3), e tendo em vista que $v / c = \beta$, chegamos às Transformações de Lorentz, deduzidas matematicamente pelos dois postulados da relatividade:

$$\begin{aligned}
x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} & t' &= \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\
y' &= y & z' &= z \\
x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}} & t &= \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\
y &= y' & z &= z'
\end{aligned}$$

Sendo $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ o fator de Lorentz, as equações ficam assim:

$$\begin{aligned}
x' &= \gamma(x - vt) & x &= \gamma(x' + vt') \\
y' &= y & y &= y' \\
z' &= z & z &= z' \\
t' &= \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) & t &= \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right) \quad (7)
\end{aligned}$$

Mostraremos agora como chegar às transformações de Galileu para as situações em que $v / c \ll 1$.

Toma-se a expressão para a expansão binomial

$$(1 + u)^n = 1 + un + n(n-1)\frac{u^2}{2!} + n(n-1)(n-2)\frac{u^3}{3!} + \dots$$

para expandir em série a expressão $(1 - v^2 / c^2)^{-1/2}$, o que resulta em:

$$\begin{aligned}
(1 - v^2 / c^2)^{-1/2} &= 1 + \left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-v^2}{c^2}\right) + \left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-3}{2}\right)\left(\frac{-v^2}{c^2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right) + \dots \\
&= 1 + \left(\frac{v^2}{2c^2}\right) + \left(\frac{3}{8}\right)\left(\frac{-v}{c}\right)^4 + \dots
\end{aligned}$$

Como, para $v / c \ll 1$, $(1 - v^2 / c^2)^{-1/2}$ tende a 1, podem-se desprezar as potências de v/c de ordem igual ou superior a 2, donde:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \text{ se reduz a } x' = x - vt.$$

Parte 2

Mostramos a seguir um desenvolvimento que permite expressar t' em função de t :

$$x = \gamma(x' - vt') \rightarrow \boxed{x' = \gamma(x - vt)}$$

$\therefore$

$$x = \gamma[\gamma(x - vt) - vt'] = \gamma^2 x - \gamma^2 vt + \gamma vt'$$

$$\gamma vt' = x - \gamma^2 x + \gamma^2 vt \rightarrow \boxed{\gamma^2 = \frac{1}{1 - \beta^2}}$$

$\therefore$

$$\gamma vt' = x - \frac{x}{1 - \beta^2} + \frac{vt}{1 - \beta^2} = \frac{-x\beta^2}{1 - \beta^2} + \frac{vt}{1 - \beta^2}$$

$$t' = \frac{vt}{\gamma v(1 - \beta^2)} - \frac{x\beta^2}{\gamma v(1 - \beta^2)} = \frac{t}{\gamma(1 - \beta^2)} - \frac{x\beta^2}{\gamma v(1 - \beta^2)} \\ \rightarrow \boxed{\gamma^2 = \frac{1}{1 - \beta^2} \Rightarrow 1 - \beta^2 = \frac{1}{\gamma^2}}$$

$\therefore$

$$t' = \frac{t}{\gamma \frac{1}{\gamma^2}} - \frac{x\beta^2}{\gamma v \frac{1}{\gamma^2}} = \gamma t - \frac{\gamma x \beta^2}{v} = \gamma \left(t - \frac{x \frac{v^2}{c^2}}{v} \right) = \gamma \left(t - \frac{xv}{c^2} \right)$$

É importante ressaltar que as Transformações de Lorentz foram obtidas inicialmente por Valdemar Voigt, em 1887, ao publicar um trabalho abordando o efeito Doppler para a luz. Na sua versão, as equações eram da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 x' &= x - vt & z' &= z \sqrt{1 - \frac{v}{c^2}} \\
 y' &= y \sqrt{1 - \frac{v}{c^2}} & t' &= t - \frac{vx}{c^2}
 \end{aligned}$$

Essas “transformações de Voigt” são muito similares às de Lorentz, às quais se chega se dividirmos o lado esquerdo das mesmas por $\sqrt{1 - \beta^2}$.

Joseph Larmor chegou também a essas transformações (1900), que tinham a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\
 y' &= y & z' &= z \\
 t' &= t \sqrt{1 - \beta^2} - \frac{x'v}{c^2}
 \end{aligned}$$

Conseqüências das transformações de Lorentz

Relatividade da simultaneidade:

Consideremos dois eventos, **A** e **B**, em posições distintas, simultâneos em **S**. Esses eventos não serão simultâneos em **S'**, que se desloca em velocidade constante em relação a **S**.

Temos, quanto ao sistema **S'**:

$$\begin{aligned}
 t'_A &= \gamma \left(t_A - \frac{v}{c^2} x_A \right) \\
 t'_B &= \gamma \left(t_B - \frac{v}{c^2} x_B \right) \\
 \therefore \\
 \Delta t' &= t'_B - t'_A = \gamma \left[t_A - t_B - \frac{v}{c^2} (x_A - x_B) \right]
 \end{aligned}$$

Como os eventos são simultâneos em **S**, na expressão acima $t_A - t_B = 0$.

Logo:

$$\Delta t' = -\gamma \frac{v}{c^2} (x_A - x_B) \neq 0$$

os eventos não são simultâneos em S' .

Contração de Lorentz:

Seja uma barra de comprimento l em repouso em S' , cujas extremidades se encontram nos pontos x'_1 e x'_2 . Qual será seu comprimento em S , já que S' encontra-se em movimento retilíneo e uniforme em relação a S ?

Temos:

$$\begin{aligned} x'_1 &= \gamma (x_1 - vt_1) \\ x'_2 &= \gamma (x_2 - vt_2) \\ \Delta x' &= x'_2 - x'_1 = \gamma [x_2 - x_1 - v(t_2 - t_1)] \end{aligned}$$

A medida do comprimento da barra é feita simultaneamente nos dois sistemas. Observe que, como a medida é simultânea, $t_2 - t_1 = 0$. Portanto:

$$\begin{aligned} \Delta x' &= \gamma (x_2 - x_1) \\ \therefore \Delta x &= \frac{1}{\gamma} (x'_2 - x'_1) \end{aligned}$$

Sendo o inverso de γ um valor inferior a 1, temos que a barra é observada em S' como tendo sofrido uma contração.

Dilatação do tempo:

Seja um relógio em repouso no ponto x' , em S' , o qual assinala aí dois tempos, t'_1 e t'_2 .

Em S , temos:

$$\begin{aligned} t_2 &= \gamma \left[t'_2 + \frac{v}{c^2} x' \right] \\ t_1 &= \gamma \left[t'_1 + \frac{v}{c^2} x' \right] \\ \therefore \\ \Delta t &= t_2 - t_1 = \gamma (t'_2 - t'_1) \end{aligned}$$

Sendo γ um valor superior a 1, o tempo em S' sofre uma dilatação.

A equação de onda eletromagnética e as Transformações de Galileu¹⁷⁴

Veremos neste capítulo se uma onda eletromagnética é invariante com respeito às Transformações de Galileu (TG).

Temos a equação de onda eletromagnética na forma

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0$$

envolvendo derivadas no espaço e no tempo, e em que φ é o potencial escalar.

Dados os sistemas inerciais S e S' , as coordenadas de S' são funções das coordenadas de S , e vice-versa:

$$\begin{aligned} x' &= x'(x, y, z, t) & x &= x(x', y', z', t') \\ y' &= y'(x, y, z, t) & y &= y(x', y', z', t') \\ z' &= z'(x, y, z, t) & z &= z(x', y', z', t') \\ t' &= t'(x, y, z, t) & t &= t(x', y', z', t') \end{aligned} \quad \text{e}$$

Assim, os operadores do tipo $\frac{\partial}{\partial x}$ etc. podem ser escritos como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial t} \end{aligned}$$

Devemos agora determinar as derivadas parciais

$$\frac{\partial x'}{\partial x}, \frac{\partial y'}{\partial y}, \frac{\partial z'}{\partial z}, \frac{\partial t'}{\partial t}.$$

¹⁷⁴ Conforme Avelino Gomes, R. [vide ref. ao fim do livro].

Escrevendo as equações acima na forma matricial, temos:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x'}{\partial x} & \frac{\partial y'}{\partial x} & \frac{\partial z'}{\partial x} & \frac{\partial t'}{\partial x} \\ \frac{\partial x'}{\partial y} & \frac{\partial y'}{\partial y} & \frac{\partial z'}{\partial y} & \frac{\partial t'}{\partial y} \\ \frac{\partial x'}{\partial z} & \frac{\partial y'}{\partial z} & \frac{\partial z'}{\partial z} & \frac{\partial t'}{\partial z} \\ \frac{\partial x'}{\partial t} & \frac{\partial y'}{\partial t} & \frac{\partial z'}{\partial t} & \frac{\partial t'}{\partial t} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x'} \\ \frac{\partial}{\partial y'} \\ \frac{\partial}{\partial z'} \\ \frac{\partial}{\partial t'} \end{pmatrix},$$

às quais serão aplicadas as TG:

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

Observe o leitor que $\frac{\partial x'}{\partial x}$ (primeiro termo do operador matricial acima) é

a derivada da primeira equação das TG em relação a x ; $\frac{\partial y'}{\partial x}$ é a derivada da segunda equação das TG em relação a x ; e assim sucessivamente, derivando-se depois em relação a y , a z e a t , obtém-se

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -v & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x'} \\ \frac{\partial}{\partial y'} \\ \frac{\partial}{\partial z'} \\ \frac{\partial}{\partial t'} \end{pmatrix}.$$

O produto das matrizes do lado direito da igualdade determina a forma dos operadores de $\mathbf{S}$ em $\mathbf{S}'$:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x'}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y'}, \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = -v \frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial}{\partial t'},$$

que elevados ao quadrado (como na equação de onda), ficam:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x'^2}; \quad \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial y'^2}; \quad \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial z'^2};$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} = \left(-v \frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial}{\partial t'} \right)^2 = v^2 \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial t'^2} - 2v \frac{\partial}{\partial x'} \frac{\partial}{\partial t'}$$

Substitui-se na equação de onda eletromagnética em $\mathbf{S}$, para obter sua forma em $\mathbf{S}'$. Dado que $\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x'^2}$, temos que esse primeiro termo não se altera:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2}$$

O mesmo ocorre para os termos em y e em z :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y'^2}; \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z'^2}$$

Porém o termo em t muda:

$$-\frac{v^2}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t'^2} + \frac{2v}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x' \partial t'}.$$

A equação de onda assume a forma:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z'^2} - \frac{v^2}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t'^2} + \frac{2v}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x' \partial t'} = 0$$

que pode ser simplificada, pondo-se em evidência os termos comuns:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t'^2} + \frac{2v}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x' \partial t'} = 0.$$

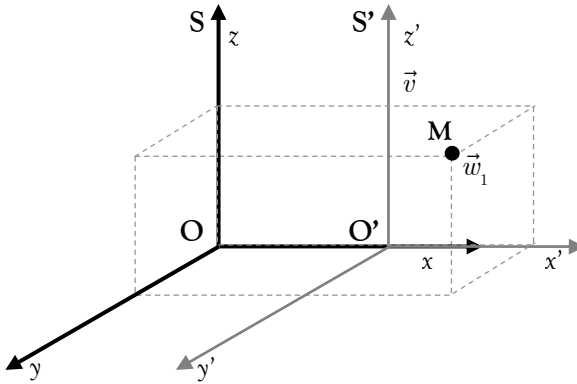
Observa-se então que a equação de onda no sistema $\mathbf{S}'$ não reproduz a forma que ela possui em $\mathbf{S}$: os termos em y' , z' e t' não se alteram, porém o termo em x' foi alterado e temos ainda o acréscimo da parcela $\frac{2v}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x' \partial t'}$.

Vemos, portanto, que as equações do eletromagnetismo não são invariantes sob as TG, sendo o eletromagnetismo incompatível com o princípio da relatividade de Galileu.

Teorema relativístico da soma das velocidades

Parte 1

Tome-se um corpo **M** que se desloca com velocidade w_1 em relação a $S'=O'x'y'z'$, em movimento uniforme paralelo a $O'x'$, sendo que S' se desloca em relação a $S=Oxyz$ paralelamente ao eixo Ox com velocidade v .



As equações de seu movimento são:

$$x' = w_1 t_1 \quad y' = \text{constante}, \quad z' = \text{constante}$$

Pelas equações de Lorentz, a velocidade w de **M** em relação a **S** é:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = w_1 t_1 \Rightarrow \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = w_1 \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow x - vt = w_1 t - \frac{vw_1}{c^2} t \\ \Rightarrow x &= (v + w_1)t - \frac{vw_1}{c^2} x \Rightarrow x + \frac{vw_1}{c^2} x = (v + w_1)t \\ \Rightarrow x \left(1 + \frac{vw_1}{c^2} \right) &= (v + w_1)t \Rightarrow x = \frac{v + w_1}{1 + \frac{vw}{c^2}} t \end{aligned} \quad (1)$$

Sendo w a velocidade de **M** em relação a **S**, temos que sua posição neste referencial é dada por $x = wt$. Comparando esta equação com (1), conclui-se que a velocidade w de **M** em relação a **S** não é $v + w_1$, como o clássico teorema da adição das velocidades, mas sim, aplicando-se γ (fator de Lorentz):

$$w = \frac{v + w_1}{1 + \frac{vw_1}{c^2}}$$

Sendo o trem do exemplo dado no texto um sistema inercial, mesmo quando as velocidades v e w_1 são pequenas (p. ex., aquelas com as quais estamos acostumados), a equação permanece válida, isto é, também ali os fenômenos relativísticos (dilatação do tempo, contração do espaço) ocorrem, mas são imperceptíveis, por isso o numerador da equação pode ser desprezado e se aplica $w=v+w_1$. Porém, se as velocidades somadas forem expressivas, é necessário aplicar-se a equação em sua forma integral. Essa equação nos diz porém que, quaisquer velocidades menores que c somadas, nunca ultrapassarão a velocidade da luz (c).

Vejamos o cálculo para $v = 0,9c$ e $w_1 = 0,8c$.

Utilizando-se a forma simplificada (Transformações de Galileu), ter-se-ia $w = 1,7c$, o que é impossível, pois não pode haver uma velocidade maior que c . Aplicando-se, porém, a equação relativística, obtém-se:

$$w = \frac{0,9c + 0,8c}{1 + \frac{0,9 \cdot 0,8c}{c^2}} = \frac{1,7c}{1 + \frac{0,72c^2}{c^2}} = \frac{1,7c}{1,72} = 0,98c$$

um valor próximo mas menor que c .

Parte 2 — O experimento de Fizeau

O teorema, aplicado no caso do experimento de Fizeau (q.v.), mostra-se compatível com o resultado obtido naquele experimento sem a necessidade de postular a existência do éter para explicar a diferença encontrada na velocidade da luz através do líquido que flui ao longo do tubo [cf. Einstein, op. cit., 1916].^{xlix}

Seja w_1 a velocidade da luz no interior de um tubo contendo água em repouso. A água é posta em movimento a uma velocidade v em relação ao tubo, sendo esse movimento no mesmo sentido e direção da propagação da luz.

A velocidade da luz em relação ao tubo, w , será dada por:

$$w = \frac{v + w_1}{1 + \frac{vw_1}{c^2}}$$

Temos que $\frac{vw_1}{c^2} \ll 1$, donde

$$w \cong (w_1 + v) \left(1 + \frac{vw_1}{c^2} \right)^{-1} \cong (w_1 + v) \left(1 - \frac{vw_1}{c^2} \right) \\ \cong w_1 - \frac{w_1^2 v}{c^2} + v \cong w_1 + v \left(1 - \frac{w_1^2}{c^2} \right)$$

Sendo o índice de refração da água $n = c / w_1$, obtém-se a relação de Fresnel:

$$w = w_1 + w_2 \left(1 - \frac{1}{n_2} \right)$$

Por fim [cf. Einstein, 1907]: — Do teorema conclui-se ainda que não há um sistema arbitrário de sinalização e que se propague mais rapidamente que a luz no vácuo. Exemplo: suponha uma barra de algum material estendida ao longo do eixo x do sistema S , e em relação à qual um certo efeito se propaga com velocidade v . Suponha ainda dois observadores, um situado em $x=0$ (ponto A), o outro situado em $x=\lambda$ (ponto B), ambos em repouso em relação a S . Temos então que a distância $AB = \lambda$. O observador A envia para B um sinal por meio do efeito referido através da barra quando esta está se movendo em sentido contrário ($-x$) com uma velocidade w_1 .

Da equação dada, o sinal será transmitido de A para B numa velocidade

$$w = \frac{v - w_1}{1 - \frac{vw_1}{c^2}}$$

e o tempo t necessário para tal transmissão será:

$$t = \frac{d}{w} = \frac{\lambda}{\frac{v - w_1}{1 - \frac{vw_1}{c^2}}} = \lambda \frac{1 - \frac{vw_1}{c^2}}{v - w_1}$$

em que v pode assumir qualquer valor menor que c . Assim, se admitirmos $w_1 > c$, poderemos escolher sempre v tal que $t < 0$. Tal resultado significa que tería-

mos de considerar a possibilidade de um meio de transmissão pelo qual o efeito alcançado precederia a causa.

Conclui-se que o princípio da causalidade (ref. em Efeitos sobre o Tempo I) não pode ser violado: as causas sempre precederão seus efeitos.

Parte 3

Esta é uma outra forma de se derivar a equação da soma de velocidades: considere-se o corpo **M** movendo-se a uma velocidade w_1 em relação ao sistema inercial **S'** na direção positiva de x' , enquanto **S'** move-se com velocidade v igualmente na direção positiva de x . Deduzir a velocidade w de **M** em relação a **S**.

Pela definição de velocidade, temos:

$$w_1 = \frac{dx'}{dt_1}, \quad w = \frac{dx}{dt}$$

e, tomando as Transformações de Lorentz:

$$\begin{aligned} x &= \gamma(x' + vt_1) \Rightarrow dx = \gamma(dx' + vdt_1) \\ t &= \gamma\left(t_1 + \frac{x'v}{c^2}\right) \Rightarrow dt = \gamma\left(dt_1 + \frac{v}{c^2}dx'\right) \\ w &= \frac{dx}{dt} \Rightarrow w = \frac{\gamma(dx' + vdt_1)}{\gamma\left(dt_1 + \frac{v}{c^2}dx'\right)} = \frac{dt_1\left(\frac{dx'}{dt_1} + v\right)}{dt_1\left(1 + \frac{v}{c^2}\frac{dx'}{dt_1}\right)} = \frac{w_1 + v}{1 + \frac{vw_1}{c^2}} \end{aligned}$$

obtendo, portanto, a mesma equação deduzida na parte 1.

Vemos, portanto, que no referencial **S** a velocidade w observada é

$$w = \frac{w_1 + v}{1 + vw_1 / c^2} \neq (w_1 + v)$$

Com o mesmo procedimento deduzem-se as equações que descrevem o movimento de **M** quando este corpo se desloca com velocidade que possua componentes nas direções x_1, y_1 e z_1 (embora **S**₁ continue a mover-se no sentido positivo do eixo x de **S**):

$$w_x = \frac{w_{x'} + v}{1 + \frac{vw_{x'}}{c^2}}$$

$$w_y = \frac{w_{y'} \sqrt{1 - (v/c)^2}}{1 + \frac{vw_{x'}}{c^2}}$$

$$w_z = \frac{w_{z'} \sqrt{1 - (v/c)^2}}{1 + \frac{vw_{x'}}{c^2}}$$

$$w_{x'} = \frac{w_x - v}{1 - \frac{vw_x}{c^2}}$$

$$w_{y'} = \frac{w_y \sqrt{1 - (v/c)^2}}{1 - \frac{vw_x}{c^2}}$$

$$w_{z'} = \frac{w_z \sqrt{1 - (v/c)^2}}{1 - \frac{vw_x}{c^2}}$$

Velocidades significativas em relação a c ¹⁷⁵

Apresentamos neste tópico uma expressão para velocidades que podem ser efetivamente significativas em relação a c , entre dois sistemas inerciais.

Pergunta-se: entre um sistema **S** em repouso e outro, **S'**, em movimento uniforme, qual deve ser a velocidade relativa dos dois observadores para que suas medidas de intervalo de tempo difiram de apenas 1%?

O que se procura saber é:

$$\Delta t - \Delta t' = 0,01\Delta t' \Rightarrow \frac{\Delta t - \Delta t'}{\Delta t'} = 0,01$$

Sendo $\Delta t = \gamma\Delta t'$, temos:

$$\gamma - 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 = 0,01, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 1,01 \Rightarrow \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{1}{1,01} = 0,990099$$

$$1 - \beta^2 = 0,980296 \Rightarrow \beta = \frac{v}{c} = 0,1404$$

$$v \cong 0,14c$$

Assim, com uma velocidade relativa de $0,14c$ entre os referenciais **S** e **S'**, a diferença entre dois intervalos de tempo será de 1%. Uma diferença mais alta entre os intervalos de tempo requer velocidades mais próximas de c . P. ex., para

¹⁷⁵ Extraído de Gazzinelli [2009].

70% de diferença entre os intervalos de tempo medidos em ambos os referenciais, a velocidade relativa será $\cong 0,89 c$, como o leitor poderá verificar.

Calculando a distância entre as lâmpadas

Vamos supor que a distância entre as duas lâmpadas¹⁷⁶ seja de 100 metros e que Ana se encontra no ponto médio dessa distância (referencial S). O trem em que Paulo viaja (referencial S') é um trem muito especial pois consegue correr a uma velocidade igual a $0,8c$.

Nessas circunstâncias, que distância separa as duas lâmpadas conforme o ponto de vista de Paulo?

$$S' = \frac{S}{\gamma} = \frac{100}{\frac{1}{\sqrt{1 - [(0,8c)/c]^2}}} = \frac{100}{\sqrt{1 - 0,64}} = \frac{100}{\sqrt{0,36}} = 100 \times 0,6 = 60$$

Paulo percebe uma distância de 60 metros entre as lâmpadas.

Ana, em S, vê que os clarões das lâmpadas são simultâneos. Vamos calcular o intervalo de tempo entre eles como observado por Paulo: levando-se em conta que a composição se desloca de A para B a uma velocidade de $0,8c$ e que seja Δt o tempo que o pulso eletromagnético leva para alcançar B partindo do ponto médio de S (onde Ana se encontra), temos:

$$c\Delta t - 0,8c\Delta t = \frac{60m}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{30m}{0,2c} = 5 \times 10^{-7} s,$$

Sendo Δt o tempo que o pulso leva do ponto médio de S até A, teremos:

$$c\Delta t + 0,8c\Delta t = \frac{60m}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{30m}{1,8c} = 5,5 \times 10^{-8} s.$$

Com isso vemos que o clarão que provém da lâmpada colocada em B alcança Paulo cerca de $4,45 \times 10^{-7} s$ antes do clarão proveniente de A. Tratando-se de uma fração infinitesimal de segundo, o observador em movimento veria na verdade os *flashes* espocarem ao mesmo tempo, a não ser que dispusesse de um sofisticado e muito sensível instrumento de medida. Roger Penrose, no entanto, nos oferece outro exemplo curioso:¹⁷⁷ como foi dito, os efeitos da Relatividade só são relevantes em velocidades muito altas, próximas à da luz, mas mesmo toman-

¹⁷⁶ Veja o tópico “Efeitos sobre o Tempo/A questão da simultaneidade”, na segunda parte.

¹⁷⁷ Penrose, R. [1991].

do-se pequenas velocidades, tratando-se de distâncias muito grandes ocorre um efeito sobre a simultaneidade dos eventos: em relação a Paulo e Ana, que se cruzam na rua seguindo cada um numa direção, uma possível frota que partisse da galáxia de Andrômeda (a dois milhões de anos-luz de distância) para conquistar a Terra, já teria partido de acordo com o referencial de Ana (p. ex.), mas as deliberações quanto a partir ainda nem se teriam dado, de acordo com o de Paulo.

*A luz em referenciais em movimento relativo*¹⁷⁸

Abaixo, na figura a, vemos dois sistemas inerciais cujas origens coincidem num tempo $t=0$: S, que se encontra em repouso com relação ao referencial terrestre; e S', que se move em relação a S com velocidade V. No sistema S' existe uma fonte F de luz e dois detectores de ondas eletromagnéticas, D₁ e D₂, um de cada lado e a uma mesma distância d da fonte, estando esse equipamento em repouso em relação a S'.

A fonte F pisca subitamente enquanto as origens coincidem (fig. a). Um instante mais tarde, quando S' já se deslocou uma distância l ao longo do eixo x (fig. b), os detectores registram a luz emitida (acendendo).

Um observador no sistema S', também em repouso com relação a esse sistema, vê ambos os detectores registrarem ao mesmo tempo a luz emitida (fig. b).

Como será que alguém no sistema S verá o evento, de acordo com o teorema da composição de velocidades de Galileu?

Observe na figura c o sistema S', que se moveu ao longo do eixo x , estando representadas também (em linha pontilhada) a posição dos detectores no momento em que o *flash* foi emitido, bem como a posição da fonte F naquele momento.

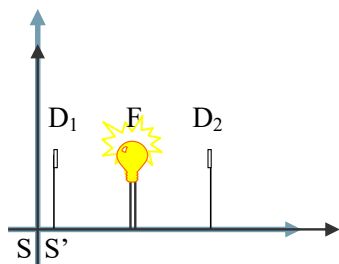


Fig. a

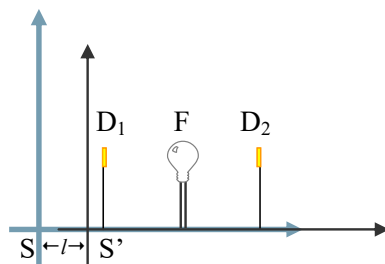


Fig. b

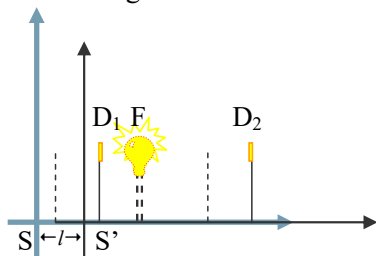


Fig. c

¹⁷⁸ Maia Neto [2005].

Vemos que enquanto a luz percorria num tempo t_1 a distância entre F e D_1 , este detector avançou na direção de F; e enquanto a luz percorria num tempo t_2 a mesma distância entre F e D_2 , este afastou-se de F.

Seja $V \cdot t_1$ a distância percorrida por D_1 entre o momento do *flash* e o momento da detecção da luz; a velocidade de propagação da luz de F a D_1 é igual a $c - V$. A distância percorrida pela luz entre o momento do *flash* e o do registro por D_1 vale $(c - V)t_1$.

Sendo d a distância entre F e D_1 , tem-se:

$$(c - V)t_1 = d - Vt_1 \Rightarrow ct_1 = d \Rightarrow t_1 = \frac{d}{c}$$

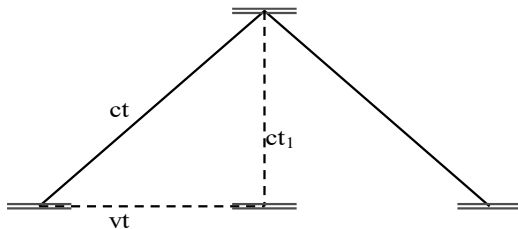
A distância percorrida por D_2 equivale a $V \cdot t_2$. A velocidade de propagação da luz de F até D_2 valeria então $c + V$, e a distância percorrida pela luz entre o momento do *flash* e o registro por D_2 seria igual a $(c + V)t_2$. A distância entre F e D_2 é sempre igual a d . Então temos:

$$(c + V)t_2 = d + Vt_2 \Rightarrow ct_2 = d \Rightarrow t_2 = \frac{d}{c}$$

Conclui-se que $t_1 = t_2$. Logo, um observador em S veria da mesma maneira ambos os detectores registrarem a luz ao mesmo tempo. No primeiro caso, a velocidade da luz sofreria uma redução para compensar a aproximação do detector D_1 ; no segundo, um aumento para compensar o afastamento de D_2 . Isto significa que para o teorema galileano da composição de velocidades o tempo é inalterável em qualquer referencial inercial (tempo absoluto).

O relógio de luz

Na figura a seguir, que ilustra o relógio de luz do exemplo (pg. 53), temos:



ct é o percurso da luz visto pelo observador estacionário (Ana);

ct_1 é o percurso da luz visto pelo observador em movimento (Paulo);

vt mostra o deslocamento horizontal do relógio numa velocidade v e num tempo t , enquanto o feixe de luz faz o percurso ct .

É mostrado a seguir o desenvolvimento das transformações de Lorentz, partindo do Teorema de Pitágoras, para a dilatação do tempo:

$$\begin{aligned}
 (ct)^2 &= (ct_1)^2 + (vt)^2 \\
 c^2t^2 &= c^2t_1^2 + v^2t^2 \\
 t^2 &= \frac{c^2t_1^2 + v^2t^2}{c^2} = \frac{c^2t_1^2}{c^2} + \frac{v^2t^2}{c^2} = t_1^2 + \frac{v^2t^2}{c^2} \\
 t^2 - t_1^2 &= \frac{v^2}{c^2}t^2 \\
 \frac{t^2 - t_1^2}{t^2} &= \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{t^2}{t^2} - \frac{t_1^2}{t^2} = \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow 1 - \frac{t_1^2}{t^2} = \frac{v^2}{c^2} \\
 \frac{t_1^2}{t^2} &= 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow t^2 = \frac{t_1^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\
 t &= \sqrt{\frac{t_1^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow t = \frac{t_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{dilatação do tempo})
 \end{aligned}$$

Sendo este o resultado obtido na dedução das Transformações de Lorentz, conforme vimos, para a variável t .

O paradoxo dos gêmeos

Vamos fazer algumas considerações sobre o paradoxo dos gêmeos, analisando a situação a partir de um diagrama de Minkowski (pg. 175).¹⁷⁹

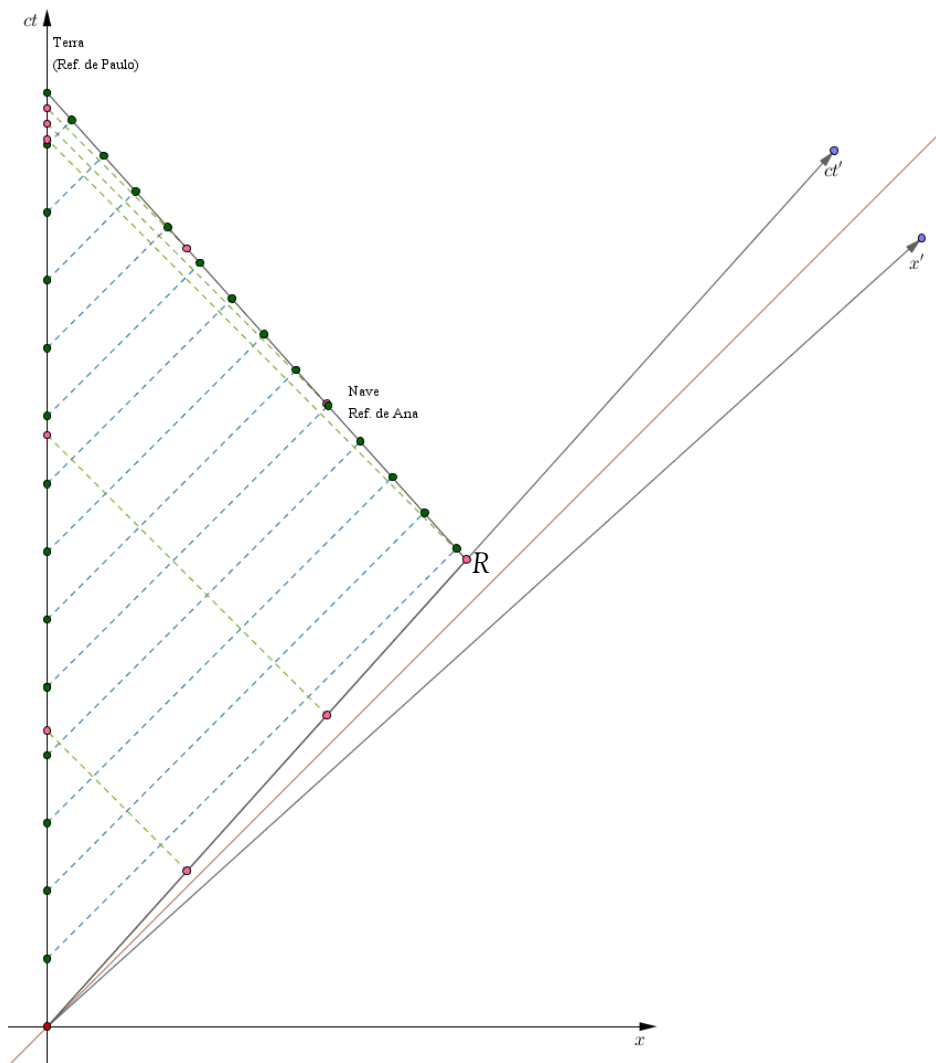
Para simplificar, vamos imaginar que a astronave de Ana desenvolve uma velocidade constante de $0,9c$, tanto na ida quanto na volta (excetuando-se apenas as acelerações e desacelerações momentâneas que ocorrem na partida, ao chegar ao seu destino e ao iniciar seu regresso à Terra). Para se comunicarem, ambos convencionam que a cada ano transcorrido em seu sistema, o respectivo gêmeo deverá enviar um sinal luminoso para o outro.

O diagrama a seguir conta a história dessa viagem.

O eixo ct representa o tempo enquanto o eixo x representa o espaço (por motivos de simplificação omitem-se os eixos y e z).

¹⁷⁹ Para compreender melhor esses diagramas, veja-se “O Diagrama de Minkowski”, adiante.

A linha amarela, inclinada a 45° , representa um raio luminoso, cuja velocidade limite é determinada por essa inclinação; toda velocidade inferior à da luz terá uma inclinação menor, portanto um ângulo menor em relação a ct .



Paulo permanece na Terra, logo sua linha de mundo é uma reta vertical e possui a coordenada espacial $x = 0$, e fica sobre o eixo ct . Já a linha de mundo de Ana (que descreve sua viagem) é inclinada de um certo ângulo de acordo com a velocidade desenvolvida; no ponto R , ela faz meia-volta e inicia seu regresso.

O eixo ct (coordenadas temporais) indica o transcurso de cerca de $\cong 13,76$ anos para Paulo, que a cada ano (cada ponto verde sobre o eixo) envia um sinal

(linhas tracejadas azuis), num total de treze (o décimo quarto sinal não será enviado, já que os irmãos se encontram antes, no instante em Ana chega de volta à Terra. O último ponto dista apenas $\cong 0,76$ do penúltimo, mostrando que o tempo total não chega a catorze anos).

Os pontos cor-de-rosa sobre a linha de mundo de Ana indicam o tempo de acordo com seu referencial (no gráfico, um ponto verde sobrepõe-se a um cor-de-rosa, não estando este bem visível na figura). As coordenadas do ponto que marca seu primeiro ano de viagem são dadas por

$$ct = \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad x = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Na primeira metade de sua viagem Ana envia três sinais luminosos a Paulo (linhas tracejadas verdes), e mais dois na segunda metade, sendo que o sexto sinal não chega a ser enviado pois ela está de volta à Terra e se reencontra com o irmão. Por sua vez, como se pode ver, ela recebe o primeiro sinal de Paulo algum tempo após completar três anos de viagem conforme seu próprio calendário!

Paulo recebe o primeiro sinal de Ana algum tempo depois de se terem passado quatro anos desde a partida da irmã, e os três últimos após o décimo terceiro ano segundo seu calendário; já Ana recebe os treze sinais de Paulo somente na segunda metade da viagem!

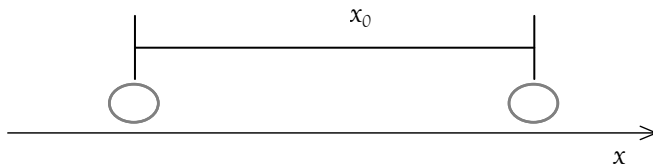
Por fim, verificamos que enquanto Paulo viveu o transcurso de 13,76 anos na Terra, para Ana — em seu referencial em movimento — passaram-se apenas seis.

O exemplo dos gêmeos igualmente acelerados¹⁸⁰

Neste exemplo, elaborado por S. P. Boughn, veremos que o paradoxo dos gêmeos se deve essencialmente à questão da simultaneidade já discutida.

Agora os gêmeos Paulo e Ana, com seus relógios sincronizados, partem ao mesmo tempo para uma viagem na qual serão igualmente acelerados do referencial S para o referencial S', que se move com velocidade v em relação ao primeiro.

Destaca-se que as naves são iguais e com o mesmo tipo e quantidade de combustível, a fim de assegurar-se que ambas desenvolverão velocidades iguais. A nave de Ana encontra-se x_0 unidades à direita da nave de Paulo, sobre o eixo x do sistema S.



¹⁸⁰ Ext. de Tipler, P. [2014]

Ambas as naves, uma vez em movimento, aceleram e atingem a velocidade v até queimarem todo o combustível e passarem a mover-se em velocidade constante em S' . Não obstante terem partido ao mesmo tempo com acelerações iguais e alcançarem S' também ao mesmo tempo, os viajantes percebem, surpresos, que um deles está mais velho: Ana!

O que aconteceu, afinal?

Vamos analisar a chegada dos gêmeos ao sistema S' , e considerar que ambos chegaram numa data específica, por exemplo, o dia de seu aniversário.

O instante em que esses eventos ocorrem em S' é dado por

$$t'_P = \gamma \left(t_P - \frac{vx_P}{c^2} \right)$$

$$t'_A = \gamma \left(t_A - \frac{vx_A}{c^2} \right)$$

sendo v a velocidade de S' em relação a S . Os índices P e A referem-se a Paulo e Ana.

Os gêmeos observam então que há um intervalo de tempo entre seus aniversários que é dado por

$$t'_P - t'_A = \gamma(t_P - t_A) - \gamma v(x_P - x_A)$$

As coordenadas do segundo termo representam o ponto de vista de um observador que permaneceu em S , logo

$$t_P - t_A = 0$$

$$x_A - x_P = x_0$$

$$\therefore t'_P - t'_A = \gamma \frac{vx_0}{c^2}$$

Vemos então que o aniversário de Ana ocorreu num tempo t'_A , ou seja, $\gamma(vx_0 / c^2)$ unidades de tempo antes do aniversário de Paulo. Também a distância entre as espaçonaves é dada por

$$x'_A - x'_P = \gamma(x_A - x_P) - \gamma v(t_A - t_P)$$

$$\therefore x'_A - x'_P = \gamma x_0$$

Explica-se essa diferença chamando-se atenção para o fato de que a situação dos gêmeos não é simétrica. Ainda que antes de partir eles estivessem com seus relógios sincronizados, num sistema S' que se move com velocidade v em relação a S , a diferença de tempo entre relógios aí situados será $\gamma vx_0 / c^2$, justamente a diferença encontrada por Paulo e Ana ao atingirem S' .

O experimento dos relógios de césio

São dados: voo ao longo do paralelo 39° , percorrendo uma distância de cerca de 31.000 quilômetros a uma velocidade média de 900 km/h. Um ponto nesta latitude percorre tal distância em 24 horas, logo sua velocidade é de aproximadamente 1.300 km/h. Para introduzir o efeito gravitacional sobre o tempo, consideremos também que o avião voou a uma altura constante de 10 km.

É preciso lembrar que, neste caso, o referencial na superfície da Terra não é inercial devido à rotação, pelo que se considera um referencial inercial ligado ao centro da Terra.

À velocidade dada, o avião fez o percurso em 34,44 horas, ou seja, 124.000 segundos.

O relógio parado na superfície move-se, em relação ao referencial do centro da Terra, a uma velocidade de 1.300 km/h. O avião que viaja no sentido leste desenvolve uma velocidade de $1.300 + 900 = 2.200$ k/m. A diferença entre este relógio e o terrestre será de

$$124.000 \left(\sqrt{1 - \frac{1.300^2}{(3.600 \times 300.000)^2}} - \sqrt{1 - \frac{2.200^2}{(3.600 \times 300.000)^2}} \right),$$

que equivale a $\simeq 167 \times 10^{-7}$ segundo.

O avião que viajou no sentido oeste desenvolveu uma velocidade de $1.300 - 900 = 400$ k/h. A diferença entre este e o relógio terrestre será de

$$124.000 \left(\sqrt{1 - \frac{1.300^2}{(3.600 \times 300.000)^2}} - \sqrt{1 - \frac{400^2}{(3.600 \times 300.000)^2}} \right),$$

que equivale a $\simeq -81 \times 10^{-8}$ segundo.

Temos, portanto, que o relógio que viajou para leste atrasou-se em aproximadamente 167 nano-segundos, e o que seguiu para oeste adiantou-se 81 nano-segundos em relação ao que permaneceu no laboratório, na Terra.

Acrescentando os efeitos gravitacionais sobre o tempo à altura dada:

$$\Delta t' = \left(1 + \frac{gh}{c^2}\right) \Delta t = \left(1 + \frac{9,8 \times 10.000}{9 \times 10^{16}}\right) \times 124.000 = 124000,000000135$$

ou seja, com uma variação de $1,35 \times 10^{-7}$ segundo (135 nano-segundos).

Assim, a viagem para leste atrasou-se de fato $170 - 135 = 35$ nano-segundos, enquanto a viagem para oeste adiantou-se $80 + 135 = 215$ nano-segundos.

*O míssil mais veloz que a luz*¹⁸¹

Neste exemplo, mostraremos uma seqüência absurda de acontecimentos que aconteceria caso um corpo dotado de massa pudesse deslocar-se a uma velocidade superior à da luz.

Vamos à história.

O comando do planeta Klingon está construindo um míssil para atacar o planeta Orgânia, situado a 12 dias-luz de distância. O Capitão Kirk, comandante da Enterprise, está nas imediações de Klingon espionando e, de um agente infiltrado, recebe informações acerca do plano, das quais consta que o míssil — capaz de desenvolver uma velocidade igual a $9c/10$ — será lançado daí a 24 horas (1 dia terrestre no referencial de ambos os planetas). Kirk, comparando a velocidade máxima da Enterprise ($4c/5$) com a do míssil percebe que a nave gastará um dia a mais de viagem, portanto se partir imediatamente chegará a Orgânia ao mesmo tempo que o míssil; antes de partir, contudo, envia uma mensagem por sinal de rádio a fim avisar do perigo os habitantes daquele planeta. O sinal alcança Orgânia a tempo de os habitantes providenciarem sua defesa, e quando a Enterprise chega assiste à destruição da bomba.

No gráfico I (pg. seguinte), vemos representados os sistemas S e S'.

Vejamos primeiro o referencial S, dos planetas, em que:

- a linha de tempo do planeta Klingon encontra-se sobre o eixo t ;
- o evento O — descoberta do plano, envio da mensagem e partida da Enterprise para aquele planeta — se dá na origem do sistema [coordenadas (0, 0) para ambos os referenciais];
- a linha de tempo do planeta Orgânia encontra-se sobre a reta de coordenada $x = 12$, que corresponde à distância de doze dias-luz;
- o evento L é o do lançamento do míssil;
- o evento M é o da chegada do sinal a Orgânia;
- o evento C é o da chegada tanto do míssil quanto da Enterprise — 15 dias depois — a Orgânia, que está pronto para defender-se.

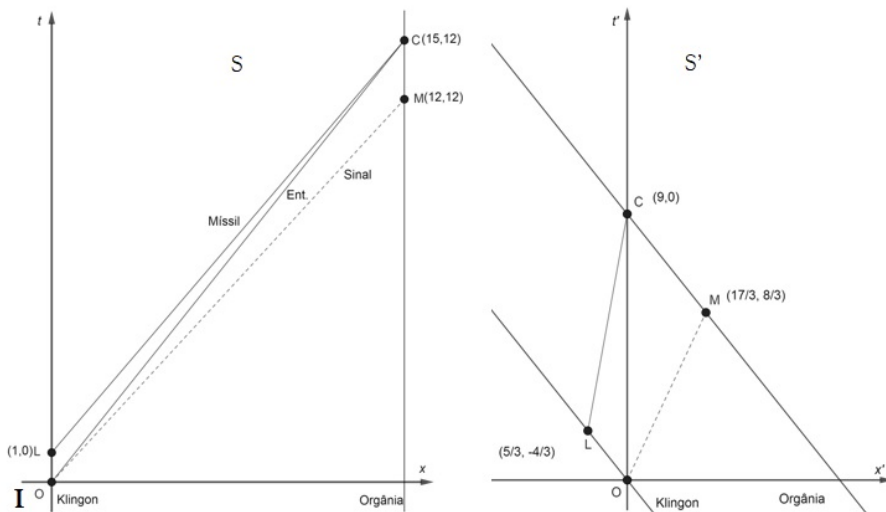
Do referencial S', da Enterprise, esses eventos são vistos de outra forma.

A duração da viagem (OC) tem a duração de

¹⁸¹ Extraído e adaptado de Natário, J. [2010], a partir de um exemplo de E. F. Taylor e J. A. Wheeler.

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{15 - \frac{4}{5} \times 12}{\sqrt{1 - (4/5)^2}} = \frac{27/5}{3/5} = 9,$$

portanto, nove dias de viagem.



Vemos que no referencial S' as linhas de tempo dos dois planetas estão inclinadas, o que se deve à diferença de perspectiva dos observadores da Enterprise. Neste referencial, as coordenadas dadas em S serão calculadas pelas transformações de Lorentz:

$$t' = \gamma(t - vx)$$

$$x' = \gamma(x - vt)$$

com

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (4/5)^2}} = \frac{5}{3}$$

que nos dão as seguintes expressões:

$$t' = \frac{5t - 4x}{3}$$

$$x' = \frac{5x - 4t}{3}.$$

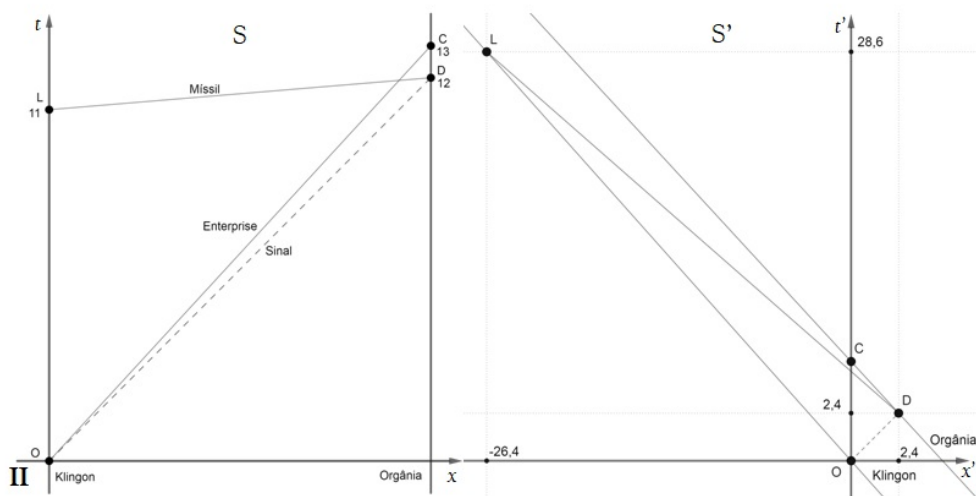
— o evento L, que em S tinha coordenadas $(t, x) = (1, 0)$, em S' tem coordenadas $(t', x') = (5/3, -4/3)$;

— o evento M, que em S tinha coordenadas $(t, x) = (12, 12)$, em S' tem coordenadas $(t', x') = (17/3, 8/3)$;

— o evento C, que em S tinha coordenadas $(t, x) = (15, 12)$, em S' tem coordenadas $(t', x') = (9, 0)$.

Vemos, portanto, que apesar da diferença de perspectiva entre os observadores em S e em S', não há nenhuma violação temporal entre os eventos: a chegada do míssil a Orgânia se dá após o lançamento, como seria de esperar.

Façamos agora algumas alterações nesta história, considerando que o míssil seja capaz de desenvolver uma velocidade equivalente a $12c$, enquanto a velocidade máxima da Enterprise é de $12c/13$. O míssil será lançado daí a onze dias, e alcançará Orgânia em um dia, enquanto a nave levará 13 dias (no referencial de ambos os planetas, S).



O Capitão Kirk parte igualmente para Orgânia, mas sabendo que não chegará antes do míssil, envia uma mensagem por sinal de rádio a fim avisar do perigo os habitantes do planeta — mensagem que, no entanto, chega ao mesmo tempo que o míssil, não tendo podido evitar que Orgânia seja bombardeada, e quando um dia depois a nave alcança o planeta, encontra-o devastado.

No gráfico II acima, vemos representados os sistemas S e S'. No sistema S, dos planetas, observa-se que:

— o evento L é o do lançamento do míssil de coordenada temporal $t = 11$;
 — o evento D é o da destruição de Orgânia, com coordenada temporal $t = 12$, pois a viagem do míssil ao seu alvo dura um dia a uma velocidade de $12c$;
 — observe que a mensagem (linha pontilhada) alcança Orgânia ao mesmo tempo que o míssil (evento D);
 — o evento C é o da chegada da Enterprise ao planeta destruído, treze dias depois de sua partida, tendo em vista que desenvolve uma velocidade equivalente a $12c/13$.

Como esses eventos seriam vistos do referencial S' , da Enterprise?

Inicialmente, para os tripulantes da Enterprise a viagem (OC) dura

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{13 - \frac{12}{13} \times 12}{\sqrt{1 - (12/13)^2}} = \frac{25/13}{5/13} = 5,$$

portanto, cinco dias.

Calcularemos as novas coordenadas (t, x) igualmente pelas transformações de Lorentz (dadas acima), sendo no entanto que

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (12/13)^2}} = \frac{13}{5}.$$

Donde as expressões para o cálculo das coordenadas:

$$t' = \frac{13t - 12x}{5} \qquad x' = \frac{13x - 12t}{5}$$

Dos cálculos feitos resulta que, em S' :

— o evento L, de coordenadas $(t, x) = (11, 0)$ em S tem agora as coordenadas $(t', x') = (28,6, -26,4)$;

— o evento D (linha pontilhada), de coordenadas $(t, x) = (12, 12)$ em S , tem agora as coordenadas $(t', x') = (2,4, 2,4)$;

— o evento C, de coordenadas $(t, x) = (13, 12)$ em S , tem agora as coordenadas $(t', x') = (5, 0)$.

Com isso observa-se que, para os tripulantes da Enterprise, o planeta Orgânia explodiu sem qualquer motivo (note como a coordenada temporal da explosão é menor que a do lançamento do míssil!); o míssil, mais rápido que a luz, retrocede de Orgânia para sua base em Klingon (segmento DL), onde outro míssil igual está em construção e, ali, no evento L, ambos desaparecem!

A viagem do múon

O múon é uma partícula instável de grande massa, ainda que similar ao elétron, e decorre de colisões entre raios cósmicos e partículas da atmosfera a cerca de 10.000 metros de altitude; sua duração é de $2,2\mu s$ ($2,2 \times 10^{-6}$ seg) e sua velocidade igual a $0,998c$.

O decaimento do múon se dá de acordo com a lei estatística da radioatividade:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$$

em que $N(t)$ é o número de múons que sobram após um tempo t , N_0 o número de múons num tempo $t=0$, e τ o tempo de vida média.

Os cálculos mostram, em duas abordagens diferentes do problema, por que essa partícula consegue alcançar a superfície da Terra, distinguindo ainda experimentalmente entre a previsão clássica e a relativística de detecção de múons próximo à superfície terrestre.

As unidades usadas são metros por segundo, sendo o valor de γ (fator de Lorentz):

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (0,998c)^2 / c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,996004}} = 15,81.$$

Na primeira abordagem, vamos considerar o problema a partir do referencial do próprio múon, que experimenta um efeito de contração da distância.

Já sabemos que $L_0 = 9.000$ m é a espessura da camada da atmosfera que ele deverá percorrer. No referencial da partícula, é a atmosfera que se move a uma velocidade de módulo igual a $0,998c$. Assim, essa camada de atmosfera sofre uma contração:

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{9.000}{15,81} = 570 \text{ metros.}$$

O tempo para o múon chegar à superfície é:

$$t = \frac{L}{v} = \frac{570}{0,998c} = 1,9 \times 10^{-6} \text{ seg,}$$

um tempo inferior ao que leva para desintegrar-se.

Na segunda abordagem, obtemos o mesmo resultado, mas devido a outro efeito da relatividade, observado então do referencial terrestre, o efeito de dilatação temporal.

Sem esse efeito, em seu tempo próprio de vida o múon percorreria apenas

$$d = t \cdot v = 2,2 \times 10^{-6} \times 0,998c = 659 \text{ metros.}$$

Considerando o efeito relativístico temos:

$$t_1 = \gamma \cdot t = 15,81 \times 2,2 \times 10^{-6} = 3,47 \times 10^{-5} \text{ seg}$$

Com isso o múon percorre:

$$d = t \cdot v = 3,47 \times 10^{-5} \times 0,998c \cong 10 \cdot 389 \text{ metros, alcançando a superfície da Terra.}$$

Supondo ¹⁸² que seja observada por meio de um detetor a produção de 10^8 múons a uma altitude de 10.000 metros, durante certo intervalo de tempo. Considerando que para percorrer essa distância a vida média do múon seja de $33 \mu\text{s}$ (igual a 15 vezes a vida média do múon, ou seja, 15τ), a previsão fornece o seguinte número de múons detectados nas proximidades da superfície da Terra:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau} = 1,0 \times 10^8 \times e^{-15} = 31$$

A previsão relativística está de acordo com a quantidade de fato observada:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau} = 1,0 \times 10^8 \times e^{-1} = 37 \times 10^6$$

A contração de Lorentz

Parte 1

Obtém-se a equação que descreve a contração do comprimento a partir do desenvolvimento a seguir:

$t = l' / v$, em que t é o “tempo local”, v a velocidade e l' o comprimento do corpo em repouso; mas $t = t' \gamma$ na qual t' é o tempo do sistema em repouso; e ainda $t' = l / v$ em que l é o comprimento medido para o corpo em movimento; donde

$$\frac{l'}{v} = \frac{l}{v} \cdot \gamma \Rightarrow l' = l \cdot \gamma \Rightarrow l = \frac{l'}{\gamma}$$

Como vimos

¹⁸² Conforme Tipler, P. A. [2008].

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow l = \frac{l'}{\gamma} \Rightarrow l = \frac{l'}{\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} = l' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

que é a equação da contração do corpo em movimento.

Deve-se destacar que a contração de um corpo em movimento é, na realidade, a contração do espaço (ou da região do espaço-tempo) em que o corpo se encontra e não da matéria que compõe esse corpo.

Parte 2¹⁸³

Vamos considerar os seguintes dados:

- a porta nº 1 será a origem do sistema S (sala de triagem), e a extremidade da cauda da nave a origem do sistema S';
- a porta nº 2 situa-se em L;
- os relógios junto às portas estão sincronizados para fechá-las simultaneamente num tempo igual a $t_1 = 0$ (em S);
- quando a origem de ambos os sistemas coincidem, o relógio junto à porta nº 1 (em S) é sincronizado com o relógio de S' (digamos que a sincronização é automática quando ambas as origens se sobrepõem).

Assim, no momento em que a cauda da nave passa pela porta nº 1 (ou seja, quando as origens de S e S' coincidem), podemos usar as Transformações de Lorentz para calcular a posição da porta nº 2 (x_2):

$$x'_2 = \gamma(x_2 - vt), \quad x_2 = \gamma(x'_2 + vt')$$

Precisamos conhecer o evento x'_2 , sendo que $t'_1 = 0$, pois os relógios estão sincronizados:

$$x_2 = \gamma(x'_2 + v \cdot 0) \Rightarrow x'_2 = \frac{x_2}{\gamma} \Rightarrow x'_2 = \frac{L}{\gamma}$$

donde concluímos que em S' a porta não se encontra em L mas em L/γ .

O Prof. Baldiotti chama atenção para um erro que pode ocorrer: como os relógios foram sincronizados em $t_1 = t'_1 = 0$, poderíamos usar a primeira equação, já que conhecemos t_1 . Mas os relógios só estão sincronizados na origem dos sistemas, e o que queremos saber é onde o observador de S' (Paulo), em $x' = 0$, vê a porta nº 2 no instante $t'_1 = 0$. O relógio de S' que está na posição da porta nº 2

¹⁸³ Adaptado de Baldiotti [2014]. Vide o tópico “Contração do comprimento (I)”.

encontra-se sincronizado em relação a este referencial, mas quando Paulo olha para os dois relógios em S, somente o que está junto à porta nº 1 marca $t_1 = 0$.

Para sabermos em que momento a porta nº 2 da sala de triagem se fechou, temos de usar as Transformações de Lorentz:

$$t' = \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right), \quad t = \gamma \left(t' - \frac{vx'}{c^2} \right)$$

e como conhecemos os valores em S, usamos a primeira equação acima:

$$t' = \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \Rightarrow t' = -\gamma \frac{vL}{c^2}$$

Este é o tempo que Paulo vê o relógio nº 2 marcar quando a porta nº 2 fecha: esta porta fechou e abriu num tempo

$$t'_2 = -\gamma \frac{vL}{c^2} < t'_0 = 0$$

ou seja, Ana vê ambas as portas abrirem e fecharem simultaneamente, mas Paulo vê a porta nº 2 abrir e fechar antes da porta nº 1, portanto quando esta última se fecha a outra já está aberta e a nave pode passar para o hangar.

No entanto, é preciso ainda demonstrar que a porta nº 2 não danificou a nave, independentemente do fato de, em relação a Paulo (sistema S'), ela já estar aberta quando a nº 1 se fecha, pois ainda temos de considerar que, do ponto de vista de Paulo, a sala de triagem (sistema S) é mais curta que a nave.

Para tanto, basta mostrar que em S' a coordenada x'_2 da porta é maior que a coordenada $x' = L$ do bico da nave. Com efeito, considerando que x' é sempre igual a L, temos:

$$x'_2 = \frac{L}{\gamma} > x' = L.$$

Parte 3¹⁸⁴

Segue-se um outro interessante paradoxo relativístico, de certa forma similar ao anterior porém com uma conclusão diferente.

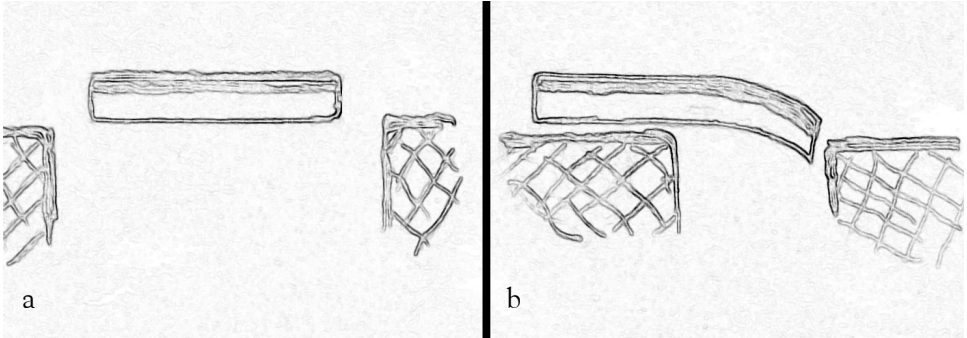
Uma barra rígida desliza sobre uma superfície plana (sistema S) na qual, no caminho da barra rígida, existe um buraco coberto por um alçapão que deverá se abrir rapidamente no momento em que toda a barra estiver sobre ele.

¹⁸⁴ Extraído de Baginski [1999]

A barra mede 10 cm de comprimento próprio. Sua velocidade é

$$v = \frac{\sqrt{15}c}{4},$$

que produz um fator de Lorentz $\gamma = 4$.



O buraco mede igualmente 10 cm de comprimento próprio.

Um observador situado na superfície (sistema S) verá a barra rígida contraída para um comprimento de

$$L' = \frac{L}{\gamma} = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ cm}$$

de forma que a barra cai no buraco assim que o alçapão se abre (fig. a). Note que é um importante requisito para o observador situado em S que o alçapão se abra somente quando toda a barra estiver sobre ele, para evitar que a mesma se incline.

Porém, para um observador situado no referencial S' da barra rígida e que, conseqüentemente, se move com a mesma velocidade desta, é o buraco que mede apenas 2,5 cm, portanto a barra não cairá nele.

Como se resolve esse paradoxo?

Vamos supor que no exato momento em que a barra, no sistema S, estiver sobre o alçapão, as origens de S e S' coincidam, e que portanto tenhamos $t = 0 = t'$.

Para o observador em S, a extremidade dianteira da barra tem seu movimento vertical descrito por

$$y = 0, \quad t < 0$$

$$y \cong -\frac{gt^2}{2}, \quad t \geq 0.$$

Para o observador situado em S', o movimento vertical da extremidade dianteira da barra é descrito por

$$y' = 0, \quad t' < -\frac{x'v}{c^2}$$

$$y' \cong -\frac{\gamma^2(v)g}{2} \left(t' + \frac{vx'}{c^2} \right)^2, \quad t' \geq -\frac{x'v}{c^2}$$

sendo x' a coordenada horizontal da extremidade dianteira da barra.

Interpretam-se assim esses resultados: para o observador situado em S, a barra simplesmente cai segundo uma trajetória parabólica. Para o observador em S', a extremidade dianteira segue uma trajetória parabólica (fig. b) e a barra é deformada, pois na relatividade especial rigidez é um conceito que depende do sistema inercial. Ambos os observadores, porém, vêem a barra cair no buraco.

Massa relativística

A equação que descreve a massa relativística de um objeto é:

$$m = \gamma m_0$$

sendo γ o fator de Lorentz, m_0 a massa do corpo em repouso, e m a massa desse corpo em movimento.

Seja m_0 a massa de repouso de um corpo, medida por um observador em relação ao qual o corpo se encontra em repouso. Na equação $E = mc^2$, E é a energia total (em joules) de um corpo. Se o corpo está em repouso relativamente ao observador, sua massa é m_0 , sendo que a energia $E_0 = m_0 c^2$ é chamada energia de repouso.

Sendo E a energia total do corpo, e E_0 sua energia de repouso, sua energia cinética E_c será a diferença entre a energia total e a energia de repouso:

$$E_c = E_t - E_0 = mc^2 - m_0 c^2$$

ou, conforme a equação:

$$E_c = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} - 1 \right)$$

O fato de que massa é uma forma de energia, ou, de que a energia tem inércia, é uma das maiores consequências da relatividade especial. Conforme as palavras de Einstein: "Toda energia E , de qualquer forma particular, presente em

um corpo ou transportada por uma radiação, possui inércia, medida pelo quociente do valor da energia pelo quadrado da velocidade da luz. (...) Reciprocamente, a toda massa m deve-se atribuir energia própria, igual a mc^2 , independente e além da energia potencial que o corpo ou o sistema possua num campo de forças. (...) Assim, massa e energia são duas manifestações diferentes da mesma coisa, ou duas propriedades diversas da mesma substância física.”

A variação da massa só se torna expressiva quando v é significativa em relação a c . P. ex., se um avião com massa equivalente a 50.000 kg voasse a uma velocidade de 1.300 km/h (acima da velocidade do som, sendo no entanto pequena se comparada a c), ter-se-ia:

$$1300 \text{ km/h} = 361 \text{ m/s}$$

$$\gamma = 1,0000000000000724$$

$$m_1 = 50.000 \times 1,0000000000000724 = 50.000,0000000362 \text{ kg}$$

ou seja, o avião ganharia uma massa equivalente a $3,62 \times 10^{-8} \text{ kg}$.

Vimos que a noção de aumento de massa está ligada à variação do valor da massa com a variação da velocidade. É preciso, no entanto, destacar que atualmente uma orientação parece ser a de que os conceitos massa relativística e *massa de repouso* devem ser abandonados, conforme Jerry Marion e Stephen Thornton [*Classical Dynamics of Particles and Systems* (4ª ed.)]: “Nós preferimos reter o conceito de massa como uma grandeza invariante, uma propriedade intrínseca dos corpos. O uso dos dois termos, massa de repouso e massa relativística, é hoje considerado obsoleto. Portanto nós sempre iremos nos referir apenas ao termo *massa*, o qual equivale à massa de repouso. O uso da massa relativística geralmente conduz a erros ao se usarem expressões clássicas.”¹⁸⁵

E Ostermann [2004] esclarece que a noção de “massa relativística” surgiu a partir da expressão que define o momento linear relativístico:

$$p = \gamma m v = \left(\frac{m}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \right) v$$

∴

$$m_r = \gamma m$$

¹⁸⁵ Há uma interessante abordagem ao conceito de massa e à noção de ganho de massa por um corpo em movimento em Valadares [1993], onde se encontra a seguinte explanação: “Quando um corpo aumenta sua velocidade, aparenta alterar sua estrutura de modo a aumentar sua inércia, isto é, resistir mais à ação das forças. E dizemos que aparenta porque, de fato, a mesma força continua a produzir a mesma alteração de velocidade no mesmo intervalo de tempo próprio (...). Só que, no referencial de laboratório, quanto maior é a velocidade maior é o intervalo de tempo correspondente a um dado intervalo de tempo próprio e durante o qual se processe um determinado aumento de velocidade sob a ação da força atuante. Observa-se, pois, que a força tem de atuar cada vez durante mais tempo para produzir o mesmo aumento de velocidade, não porque a massa inercial aumentou. Trata-se, portanto, de uma consequência da dilatação temporal e não da alteração da natureza ou da estrutura do corpo”.

em que m_r é a massa relativística, como vimos no início desta parte.

Robert Resnick [1971], conquanto considere que há vantagens pedagógicas no uso do conceito de massa relativística, chama atenção para o fato de que não é possível simplesmente substituir a expressão $m = \gamma m_0$ em todas as fórmulas clássicas envolvendo massa.

Um exemplo (Ostermann, [2004]) é a expressão que descreve a energia cinética de uma partícula material relativística, que ficaria assim:

$$K = \frac{1}{2} m_r v^2 = \frac{1}{2} \gamma m v^2,$$

diferente da expressão correta:

$$K = mc^2(\gamma - 1),$$

que apareceu pela primeira vez no primeiro artigo de Einstein em 1905.

Ostermann, em seu artigo, destaca diversas outras inconsistências a que se chega através do conceito de massa relativística.

Tal conceito teve origem na expressão obtida por Max Planck em 1906 para o momento linear relativístico, $\rho = \gamma mv$, mas não foi proposto nem por Planck nem por Einstein. Em 1909, Tolman e Lewis obtêm essa mesma expressão a partir da constatação de que a expressão do momento linear newtoniano, $\rho = mv$, deveria ser modificada de forma que a lei da conservação fosse válida em qualquer referencial inercial. Segundo Ostermann, parece ter sido Tolman o primeiro a propor a noção de massa relativística por volta de 1912, a qual acabou por difundir-se entre os físicos, mas que nunca obteve o aval do próprio Einstein, que, numa carta a Lincoln Barnett em 1948 disse: *“Não é bom introduzir, para um objeto móvel, o conceito de massa $M = m\sqrt{1 - v^2/c^2}$ para o qual nenhuma definição clara é fornecida. É melhor não introduzir qualquer outra massa além da ‘massa de repouso’ m . Em vez de introduzir M , é melhor mencionar as expressões para o momentum e a energia de um corpo em movimento”*.

A equação mais famosa da física

No artigo publicado nos *Annalen der Physik*, em 1905, a equação não aparece da forma explícita, muito conhecida,

$$E = mc^2.$$

Segue-se a maneira como Einstein deduziu, originalmente, esse resultado, conforme a publicação citada.

Inicialmente Einstein supõe um referencial inercial de coordenadas (S) on-

de um corpo em repouso emite luz de energia l num ângulo φ com o eixo x do sistema. Em seguida introduz um novo sistema (S'), em translação uniforme e paralela ao eixo x de S com velocidade v .

Afirma então que a quantidade de luz emitida em S terá em S' energia

$$l' = l \frac{1 - (v/V) \cos \varphi}{\sqrt{1 - v^2/V^2}},$$

em que V é a velocidade da luz.

Einstein, em seu artigo, faz uso posterior desse resultado.

Prossegue supondo o corpo em repouso em S , cuja energia em relação a esse sistema é E_0 , e H_0 em relação a S' , e ainda que emita ondas luminosas planas de energia $L/2$ em ambas as direções formando com o eixo x um ângulo φ , processo durante o qual o corpo permanece em repouso e que deve ainda satisfazer a lei da conservação da energia.

Sendo E_1 e H_1 a energia do corpo após a emissão, medida em relação a S e a S' , respectivamente, usando a relação acima obtém-se,

$$\begin{aligned} E_0 &= E_1 + \left[\frac{L}{2} + \frac{L}{2} \right] \\ H_0 &= H_1 + \left[\frac{L}{2} \cdot \frac{1 - \frac{v}{V} \cos \varphi}{\sqrt{1 - v^2/V^2}} + \frac{L}{2} \cdot \frac{1 + \frac{v}{V} \cos \varphi}{\sqrt{1 - v^2/V^2}} \right] \\ &= H_1 + \frac{L}{\sqrt{1 - v^2/V^2}} \end{aligned}$$

e, subtraindo-se as duas equações,

$$(H_0 - E_0) - (H_1 - E_1) = L \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/V^2}} - 1 \right\}$$

Assim interpreta Einstein H_1 e E_1 : “ H_1 e E_1 são valores da energia do mesmo corpo considerados a partir de dois sistemas de coordenadas que entre si têm movimento relativo, encontrando-se o corpo em repouso num dos sistemas (S). É então claro que a diferença $H_1 - E_1$ só pode diferir da energia cinética do corpo, considerada em relação ao outro sistema (S'), por uma constante aditiva c que depende da escolha das constantes aditivas E'_1 e E_1 .”

Portanto:

$$\begin{cases} H_0 - E_0 = K_0 + C \\ H_1 - E_1 = K_1 + C \end{cases}$$

$$\therefore K_0 - K_1 = L \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / V^2}} - 1 \right\}$$

Conclui então que a energia cinética do corpo diminui após a emissão da luz em uma quantidade que independe das propriedades do corpo, mas depende da velocidade.

Desprezando magnitudes de quarta ordem ou superior, obtém:

$$K_0 - K_1 = \frac{L}{V^2} \cdot \frac{v^2}{2}$$

Einstein conclui: “A massa de um corpo é uma medida de seu conteúdo energético; se a energia sofrer uma variação igual a L , sua massa sofrerá, no mesmo sentido, uma variação igual a $L/9 \times 10^{20}$, se a energia for medida em ergs e a massa em gramas”.

Diagrama de Minkowski

Vemos no diagrama nº 1 os sistemas S e S' , cujas origens coincidem no instante $t=t'=0$. O sistema S' move-se em relação a S (este em repouso, digamos, em relação ao referencial terrestre) na direção positiva do eixo x com velocidade v .

Nesse tipo de diagrama o eixo x em S indica o espaço e a direção do movimento, e o eixo ct , perpendicular a x , o tempo. Esse diagrama simplifica aqueles já mostrados, uma vez que prescinde dos eixos $y=y'$ e $z=z'$. Como as velocidades que importam na relatividade especial são aquelas comparáveis a c , multiplica-se a escala de tempo t por c , para que em ambos os eixos a unidade de medida seja a mesma (*metros*).

A bissetriz comum aos dois sistemas representa o trajeto de um sinal luminoso. As hipérboles $(ct)^2 - x^2 = 1$ e $x^2 - (ct)^2 = 1$ servem para fixar o ponto de coordenada espacial e temporal 1 em ambos os sistemas: a interseção da hipérbole com ct e ct' descreve a coordenada temporal 1 desses eixos; a interseção da hipérbole com x e x' descreve a coordenada espacial 1. Uma vez feita essa calibração, as hipérboles podem ser eliminadas da figura.

O sistema S' está se deslocando no sentido positivo do eixo x de S . Seus eixos aparecem inclinados, o que nos mostra que as transformações de Lorentz transformam um sistema ortogonal em outro não-ortogonal.

Sendo $x'=0$ o lugar geométrico dos pontos sobre o eixo ct' , temos:

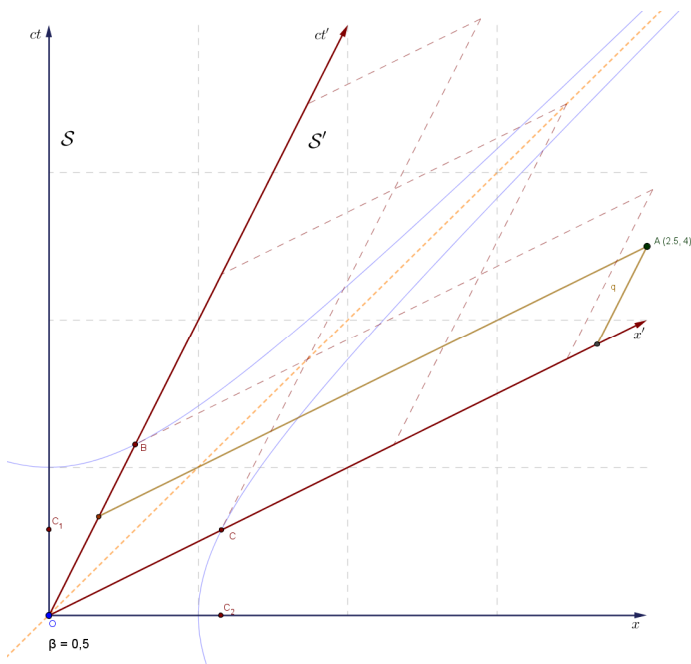


Diagrama nº 1

$$x' = \gamma(x - vt) = 0$$

$$x = vt = \frac{v}{c} ct = \beta ct \Rightarrow ct = \frac{1}{\beta} x$$

e temos que a inclinação de x' do ponto de vista de S é $1/\beta$.

Agora, sendo $ct'=0$ o lugar geométrico dos pontos sobre o eixo x' , temos:

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) = 0$$

$$t = \frac{vx}{c^2} \Rightarrow ct = \frac{v}{c} x = \beta x$$

e então a inclinação de ct' do ponto de vista de S é β .

Observe que as inclinações são simétricas e dependem da velocidade com que S' se movimenta em relação a S . Quanto maior a velocidade de S' , maior a inclinação dos eixos.

Vamos, contudo, explorar melhor o diagrama nº 1.

Observe que as hipérboles intesectam os eixos ct' e x' nos pontos B e C, cu-

ja distância à origem ($OC=OB$) é 1,29099 (cinco casas aqui decimais são necessárias para efeito de maior precisão no cálculo adiante). Esse é o valor da unidade no sistema S' para $\beta = 0,5$. O ponto c tem coordenadas C_1 e C_2 em ct e x , respectivamente, dadas por:¹⁸⁶

$$ct = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{0,5}{\sqrt{1-0,25}} = \frac{0,5}{0,86602} = 0,57735$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,25}} = \frac{1}{0,86602} = 1,15470$$

O que, pelo teorema de Pitágoras, nos dá:

$$\overline{OC} = \sqrt{0,57735^2 + 1,15470^2} = 1,29099,$$

como esperado.

Neste exemplo, com $\beta = 0,5$, temos também um evento **A** em **S** com coordenadas $(ct, x) = (2,5, 4)$. A interseção das linhas que partem de **A** com ct' e x' representa as coordenadas temporal e espacial em S' . O cálculo é feito da mesma maneira, e nos fornece as novas coordenadas, $(ct', x') = (0.577, 3.175)$.¹⁸⁷

Já o diagrama número 2, que aduzimos a título de curiosidade, mostra diversos sistemas com valores diferentes de β , em que pode ser vista a calibração da unidade através das hipérboles: S' com $\beta = 0,25$; S'' com $\beta = 0,5$; S''' com $\beta = 0,8$ e S'''' com $\beta = 0,95$. Note como a inclinação dos eixos se torna mais acentuada quanto maior seja o valor de β (que implica numa velocidade cada vez mais próxima à da luz).

O problema da simultaneidade.

No diagrama número 3, dois eventos **A** e **B**, simultâneos em **S** (isto é, aparecem na mesma ordenada ct) não são simultâneos em S' ; igualmente, dois eventos — **C'** e **D'**, na mesma ordenada ct' — simultâneos em S' não o são em **S**.

¹⁸⁶ O ponto B também determina coordenadas em ct e x — que por simplicidade não mostramos —, porém com as seguintes expressões, simétricas em relação às anteriores:

$$ct = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad x = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

¹⁸⁷ As coordenadas de **A** em S' correspondem ao valor da unidade neste referencial, que é, como vimos, $\cong 1,29$. Assim, p. ex., a distância entre a origem e o ponto de interseção de **A** em x' é 4,099, donde: $4,099 \div 1,29 = 3,17$. (Os gráficos desta seção foram criados no Geogebra)

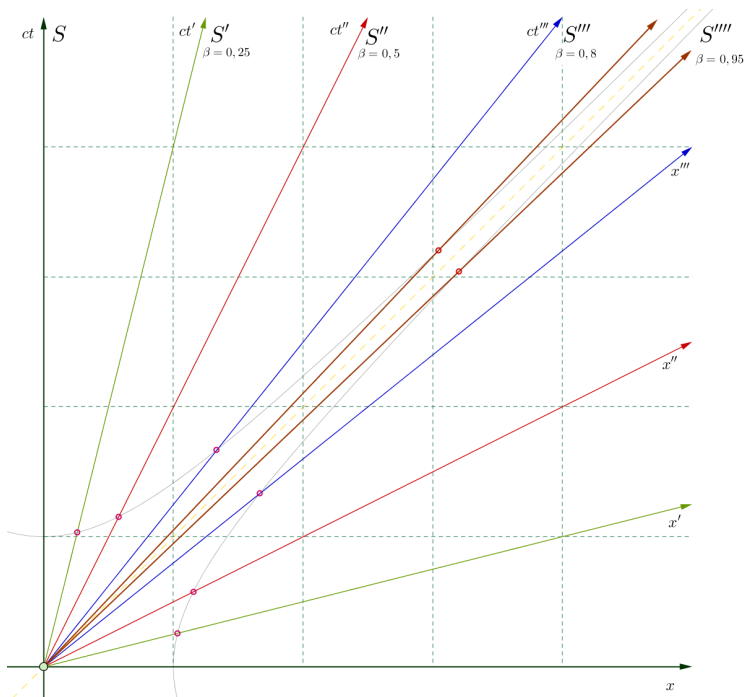


Diagrama nº 2

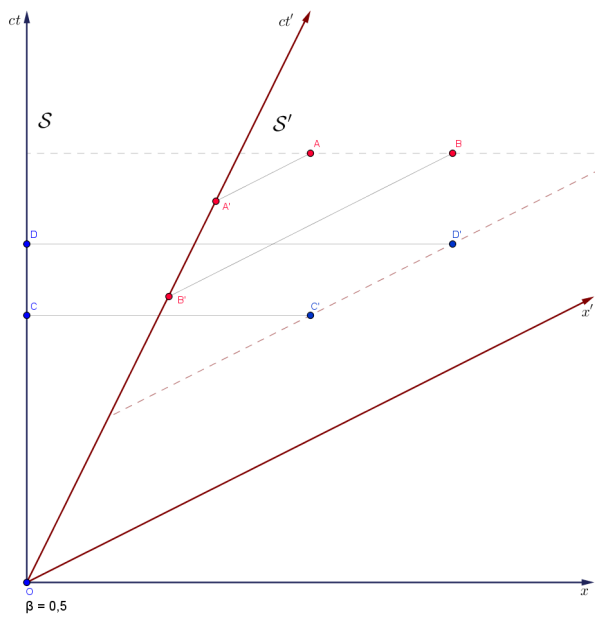


Diagrama nº 3

A contração de Lorentz

O diagrama número 4 demonstra a contração das distâncias, ou, o que é o mesmo, a contração dos corpos na direção de seu movimento.

Uma régua de extremidades **A-B** em repouso em sobre o eixo x mede 1 unidade de comprimento, porém vista de S' a régua tem um comprimento menor, 0,866.¹⁸⁸ Da mesma maneira, uma régua de extremidades **C-D** em repouso sobre o eixo x' , cuja medida é igual a 1 unidade, vista de S mede 0,866. Verifica-se com isso que há uma simetria entre os dois sistemas.

Devemos estar atentos para o fato de que as extremidades **A** e **B** são eventos simultâneos sobre o eixo x , mas não são simultâneos em x' . Conclui-se com isso que a contração de Lorentz e a simultaneidade correspondem-se entre si: o observador ao medir as extremidades da régua em S , o faz ao mesmo tempo, o que não ocorre ao medir essas extremidades em S' .

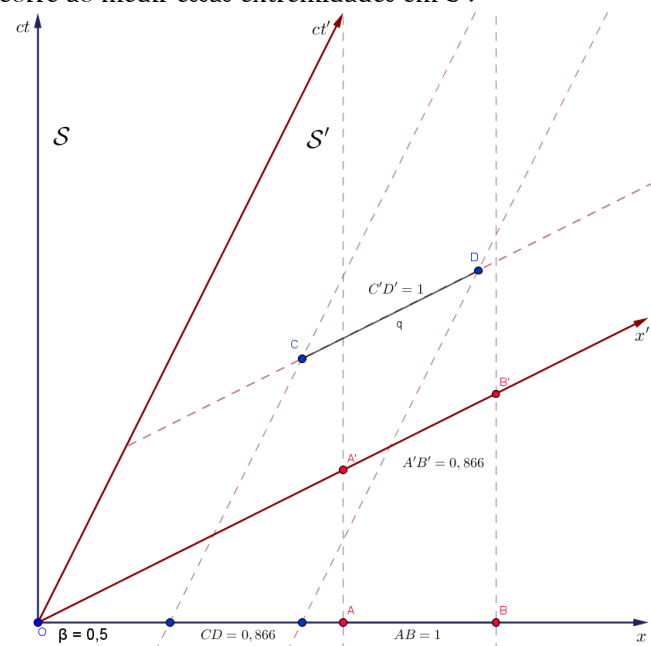


Diagrama nº 4

A dilatação do tempo

No diagrama número 5 vemos dois eventos, **A** e **B**, que ocorrem no mesmo local em S porém com uma separação temporal igual a um segundo (no caso, o evento **B** ocorreu em 2 s e o evento **A** em 3 s). Esses mesmos eventos vistos a partir de S' estão separados por um tempo maior que 1 s.

¹⁸⁸ Mais uma vez, observar que tal medida é proporcional à medida de uma unidade de comprimento em S' . No gráfico a distância $A'B'$ é maior que AB , porém aquele comprimento deve ser considerado em relação à unidade em S' e não em S .

Da mesma forma, temos os eventos **C** e **D**, em **S'**, separados por um segundo neste sistema, porém tais eventos observados a partir de **S** estão separados por um período de tempo maior que 1 s.

Mais uma vez se verifica a simetria entre ambos os sistemas.

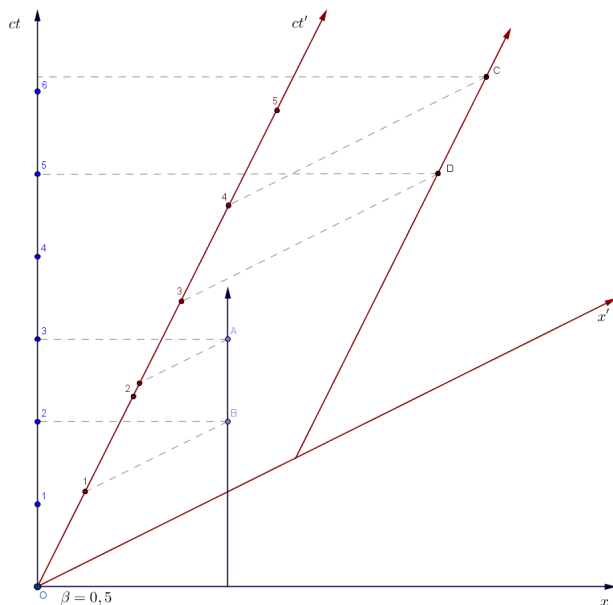


Diagrama nº 5

Efeito Doppler das ondas sonoras¹⁸⁹

O efeito Doppler no caso das ondas sonoras, deve ser considerado em duas situações distintas:

1 — Fonte sonora em repouso, observador em movimento (fig. a)

Neste caso, é o movimento do observador na direção da fonte que faz com que ele receba maior quantidade de ondas sonoras por unidade de tempo. Caso ele permanecesse parado, receberia $f \cdot \Delta t$ frentes de onda, mas em movimento com velocidade v_0 na direção da fonte sonora, receberá $f \cdot \Delta t + (v_0 \cdot \Delta t) / \lambda$. Dividindo por Δt , temos o número de frentes de onda que passam pelo observador:

$$f' = f + v_0 / \lambda .$$

Substituindo λ por seu valor v/f , obtemos

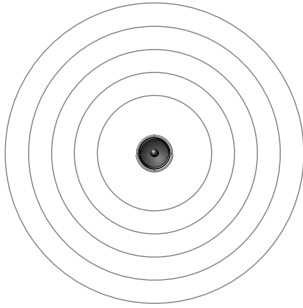
$$f' = f + \frac{v_0}{v} f \quad \therefore \quad f' = f \frac{v + v_0}{v}$$

¹⁸⁹ Cf. Gazzineli [2009].

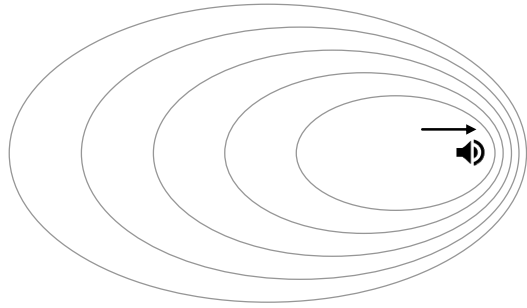
em que v é a velocidade do som.

Se o observador estiver afastando-se da fonte com velocidade v_0 , a expressão será:

$$f' = f \frac{v - v_0}{v}.$$



(a)



(b)

2 — Fonte sonora em movimento, observador em repouso (fig. b).

Quando a fonte se aproxima do observador com velocidade v_F , durante um período T a fonte avança uma distância $v_F \cdot T$, e no mesmo intervalo de tempo a frente de onda avança uma distância λ (ou seja, um comprimento de onda); portanto, em relação à fonte móvel a frente de onda avançou $\lambda - v_F \cdot T$. No sentido do observador, que percebe um som cujo comprimento aparente de onda é:

$$\begin{aligned} \lambda' &= \lambda - v_F \cdot T \\ \Rightarrow vT' &= vT - v_F T \end{aligned}$$

sendo v a velocidade de propagação do som e T' o período aparente do som ouvido pelo observador.

Reescrevendo a equação em função das frequências, obtemos:

$$\frac{v}{f'} = \frac{1}{f} (v - v_F) \quad \therefore \quad f' = f \frac{v}{v - v_F}$$

para uma fonte que se aproxima do observador, e

$$f' = f \frac{v}{v + v_F}$$

para uma fonte que se afasta do observador.

Essa distinção ocorre porque existe um meio — o ar — onde o som se propaga, em relação ao qual o movimento é medido, mas nas duas situações o resultado é similar: na aproximação, o observador perceberá o som gradualmente mais agudo; no afastamento, o som parecer-lhe-á gradualmente mais grave (um exemplo é o apito de uma locomotiva, que parece mais agudo quando a composição se aproxima e mais grave quando se afasta).

Do que foi exposto se conclui naturalmente que a equação do efeito Doppler relativístico será diferente das equações mostradas acima. Vamos, portanto, agora encontrar essa equação.

Imaginemos dois referenciais inerciais S e S' cujos relógios estão sincronizados num tempo $t = t' = 0$, quando também suas origens coincidem. S' , porém, move-se no sentido positivo do eixo x com velocidade v .

No referencial S' há uma fonte de luz que em dado momento emite um trem de ondas. Vamos imaginar que em ambos os referenciais o trem de ondas é emitido no ponto $x = x' = 0$ e no tempo $t = t' = 0$. A traseira da onda é emitida em S' em $x' = 0$ e no tempo $t' = 0$, mas em S a traseira é emitida em x e no tempo t . Pelas transformações de Lorentz:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma vt', \quad t = \frac{t' + vx' / c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma t'$$

Em S , o tempo gasto para a luz percorrer a distância entre a traseira da onda em $x = \gamma vt'$ até o receptor na origem é

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{c} = \frac{vt}{c} = \frac{\gamma vt'}{c}.$$

O relógio de S marcará, ao receber a traseira da onda, um tempo igual à soma do tempo em que foi emitida a onda mais o tempo gasto no percurso entre o ponto de emissão e o receptor:

$$t + \Delta t = \gamma t' + \frac{\gamma vt'}{c} = \gamma t' \left(1 + \frac{v}{c} \right) = t' \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}.$$

Interpretando a frente e a traseira da onda como dois pontos sucessivos da mesma, $t + \Delta t$ será o período em S e a frequência será dada por

$$f = \frac{1}{t + \Delta t} = \frac{1}{t \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}} = f' \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}.$$

*Equivalência entre as massas inercial e gravitacional*¹⁹⁰

A equivalência entre massa inercial e massa gravitacional pode ser demonstrada através da queda livre dos corpos. Sejam dois corpos de massas inerciais m_{i1} e m_{i2} em queda livre.

O corpo 1 sofre a ação da gravidade descrita por:

$$F_1 = \frac{Gm_{g1}M}{r^2},$$

em que M e r são a massa e o raio da Terra.

Porém, conforme a segunda lei de Newton, $F = m_{i1}a_1$, donde:

$$m_{i1}a_1 = \frac{Gm_{g1}M}{r^2}.$$

Para o corpo 2, podemos escrever de forma análoga:

$$m_{i2}a_2 = \frac{Gm_{g2}M}{r^2}.$$

Dividindo as duas equações membro a membro, obtém-se:

$$\frac{m_{i1}a_1}{m_{i2}a_2} = \frac{m_{g1}}{m_{g2}}.$$

Como $a_1 = a_2$, resulta:

$$\frac{m_{i1}}{m_{i2}} = \frac{m_{g1}}{m_{g2}}$$

¹⁹⁰ Cf. Gazzinelli [2009].

CRONOLOGIA

1. *Século XVI*: Galileu Galilei estabelece o conceito de inércia e o que ficou conhecido como “princípio da relatividade de Galileu”.
2. 1670: Isaac Newton propõe a natureza ondulatória da luz.
3. 1678: Christian Huygens defende a idéia de que a luz é composta por ondas de choque.
4. 1686(?): Em data aproximada, Newton realiza experimentos comprovando que a massa gravitacional e a massa inercial de um corpo são equivalentes.
5. 1687: Newton publica sua obra máxima, **Princípios Matemáticos da Filosofia Natural**.
6. 1729: James Bradley explica o fenômeno conhecido como aberração da luz, concluindo, de suas observações, que não há variação na velocidade da luz no vácuo.
7. 1754: Jean D’Alembert descreve o tempo como uma quarta dimensão.
8. 1784: O astrônomo inglês John Michel apresenta pela primeira vez o conceito de estrelas escuras, que viria a converter-se na idéia dos buracos negros.
9. 1796: Também Pierre Simon Laplace esteve próximo do conceito de buracos negros, referindo a existência de estrelas de tal forma massivas, que sua gravidade impediria que a luz as deixasse.
10. *Século XIX*: ressurgue o conceito de éter, agora como o meio no qual as ondas eletromagnéticas deveriam deslocar-se, sendo descrito de diversas formas por diversos pensadores diferentes.
11. 1801: Thomas Young, através do experimento das duas fendas, demonstra a natureza ondulatória da luz.
12. 1801: Johann Georg Von Soldner propõe que a gravidade talvez fizesse a luz curvar-se.
13. 1851: Armand Hippolyte Louis Fizeau realiza seu famoso experimento, acerca do qual Poincaré, em 1900, diz quase poder tocar o éter com os dedos.
14. 1851: O físico Jean Bernard Léon Foucault demonstra a rotação da Terra através do seu pêndulo, que se tornou conhecido como “pêndulo de Foucault”
15. 1854: Bernard Riemann fez sua apresentação oral sobre os fundamentos da geometria perante o corpo docente da Universidade de Göttingen. Suas idéias, meio século mais tarde, seriam centrais no desenvolvimento da Relatividade Geral.
16. 1859: O astrônomo francês Joseph Le Verrier aponta para o problema da precessão do periélio de Mercúrio, cuja órbita não se fechava.
17. 1862: James Clerk Maxwell calcula a velocidade de propagação do campo ele-

tromagnético, verificando que era aproximadamente igual à velocidade da luz, concluindo que os dois fenômenos eram da mesma natureza. A velocidade calculada então foi de 310.740 km/s.

18. 1873: Primeira publicação das equações de Maxwell para o eletromagnetismo.
19. 1875: Samuel Tolver Preston discute a existência de partículas de éter que se movem à velocidade c , e apresenta a equação $E = mc^2$ como relação entre a massa dessas partículas e sua energia.
20. 1881: Albert Michelson realiza seu primeiro experimento visando medir a velocidade da Terra através do éter, sem sucesso.
21. 1887: Michelson juntamente com Edward Morley repetem o experimento, agora mais refinado, igualmente sem sucesso, concluindo-se que, se a Terra movia-se em relação ao éter, deveria ser a uma velocidade não superior a 5 km/s, e não os esperados 30 km/s.
22. 1889: George Fitzgerald publica um artigo no qual, pela primeira vez, é proposta a idéia de que os corpos se deformam na direção de seu movimento.
23. 1895: H. G. Wells afirma que todo corpo deve ter extensão em quatro direções, a saber, comprimento, largura, espessura e duração.
24. 1895: Anton Hendrick Lorentz propõe igualmente que os corpos se contraem na direção de seu movimento.
25. 1895/96: Aos dezesseis anos de idade, Albert Einstein se pergunta o que veria se fosse possível correr junto a um raio de luz na própria velocidade da luz. “(...) iríamos nos confrontar um campo de ondas independente do tempo. No entanto tal campo parece não existir!”
26. 1898: Philip Lenard realiza experimentos com partículas β , nos quais observa o aumento de massa do elétron com o aumento da velocidade.
27. 1900: Henri Poincaré questiona pela primeira vez a existência do éter.
28. 1901: Experimentos similares feitos por Walter Kaufmann comprovam o aumento de massa dos elétrons.
29. 1903: Olinto De Pretto escreve o ensaio “*Ipotesi dell'etere nella vita dell'universo*”, em que busca explicar a natureza do éter e da força gravitacional.
30. 1904: Lorentz publica um conjunto de equações que ficou conhecido como Transformações de Lorentz.
31. 1905: Einstein publica em julho, na revista *Annalen der Physik*, o artigo “Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento” e, três meses mais tarde, “A inércia de um corpo depende de seu conteúdo de energia?”, que constitui a chamada Relatividade Especial.
32. 1906: Novos experimentos feitos por Walter Kaufman mostra resultados incompatíveis com a relatividade especial e também com a teoria de Lorentz.
33. 1907: Ocorre a Einstein o que ele chamou de “o pensamento mais feliz de sua

vida”, isto é, que alguém em queda livre não sentiria seu próprio peso, o que conduziu ao “princípio da equivalência forte”, em que apresenta a idéia de equivalência entre gravidade e aceleração.

34. 1908: Hermann Minkowski, em palestra na Oitava Assembléia Alemã de Cientistas e Médicos, em Colônia, aduz sua abordagem da relatividade especial, em que surge o conceito de espaço-tempo. Minkowski falece três meses depois mais tarde.
35. 1909: Poincaré, em conferência na cidade de Göttingen, refere a idéia de que um corpo em movimento se deforma na direção em que se desloca.
36. 1911: Einstein publica o artigo “A propósito da influência da gravidade sobre a propagação da luz”, intermediário entre os artigos de 1905 e 1915.
37. 1914: Einstein publica o artigo “Fundamento formal da Teoria da Relatividade Geral”, que acreditava estar correto.
38. 1914: Uma equipe de astrônomos dirigiu-se à Rússia para observar um eclipse do Sol, não chegando a fazer nenhuma observação por terem sido presos e considerados prisioneiros de guerra.
39. 1915: Einstein apresenta seu trabalho em seis palestras em Göttingen, às quais esteve presente o matemático David Hilbert. Inicia-se a correspondência entre ambos.
40. 1915, entre 4 e 25 de novembro: Einstein faz quatro palestras na Academia Prussiana, numa das quais menciona ter aplicado sua teoria à questão do pericélio de Mercúrio, obtendo um resultado compatível com as observações. Na última apresenta a Relatividade Geral finalizada.
41. 1915, 20 de novembro: Hilbert teria apresentado sua própria versão da teoria, do que resultou uma dúvida sobre a precedência de autoria da RG que perdurou por décadas.
42. 1916: Acerca dos experimentos de Walter Kaufman (q.v.). Os físicos Charles E. Guye e Lavanchi obtiveram dados favoráveis à relatividade especial.
43. 1916: Einstein publica um artigo no qual propõe a existência das ondas gravitacionais.
44. 1917: Einstein introduz a constante gravitacional λ em suas equações, a fim de ajustar a RG ao universo estático de então.
45. 1917: Também neste ano Vesto Slipher publica um artigo referindo o grande desvio para o vermelho observado em diversas galáxias, indício de que o universo estaria expandindo-se.
46. 1918: Novo artigo de Einstein sobre ondas gravitacionais, em que corrige o anterior.
47. 1919: Expedições à Ilha do Príncipe e a Sobral, no Ceará, nas quais foram feitas observações do eclipse solar daquele ano, confirmam a RG.
48. 1927: George Lemaitre publica o artigo que daria origem à Teoria do Big Bang,

no qual associa os desvios para o vermelho observados ao universo em expansão previsto pela RG.

49. 1929: Edwin Hubble publica um artigo sobre suas observações de vinte e cinco galáxias que exibiam um grande desvio para o vermelho, o que implicava na noção de um universo em expansão.
50. 1936: Leopold Infeld inicia colaboração de pesquisas com Einstein, que durou cerca de dois anos. Durante essa colaboração surgiu o livro “A revolução da Física”, escrito principalmente por Infeld.
51. 1936: Retoma a idéia das ondas gravitacionais num artigo escrito com Nathan Rosen, intitulado “As ondas gravitacionais existem?”, no qual os autores concluem (surpreendentemente) que não existem!
52. 1941: Confirmação experimental da dilatação do tempo por Bruno Rossi e David Hall, da Universidade de Chicago, com a partícula “múon”.
53. 1959: Os físicos Edmond Dewan e Michael Beran apresentam o polêmico paradoxo do corpo rígido.
54. 1959: No experimento de Pound-Rebka confirma-se a dilatação gravitacional do tempo.
55. *Final dos anos 50*: O físico Herbert Dingle inicia uma controvérsia na qual se propunha a contestar a relatividade especial.
56. 1961: Realizado por Irwin Shapiro o teste que ficou conhecido como “atraso temporal da luz”.
57. 1969/70: O físico Joseph Weber anunciou ter detectado ondas gravitacionais com seu experimento, mas os resultados foram inconclusivos.
58. 1971: Foi realizado o famoso experimento de J. C. Hafele, da Universidade de Washington, e Richard Keating com relógios de césio, demonstrando novamente a dilatação do tempo.
59. 1974: Verificação indireta da existência de ondas gravitacionais pelos físicos Joe Taylor e Russell Hulse.
60. 1976: John Bell apresenta no CERN sua versão do paradoxo do corpo rígido.
61. 1976: Lançado o *Gravity Probe A*, que tinha como finalidade comprovar o princípio da equivalência.
62. 1979: Um estudo feito pelo Royal Greenwich Observatory, que inclui uma reavaliação das chapas fotográficas de 1919, demonstra que a confirmação da RG daquele ano foi legítima.
63. 2004: Lançado o *Gravity Probe B*, que comprovou o fenômeno do arrasto de referenciais.
64. 2015: Primeira detecção das ondas gravitacionais, pelo projeto LIGO.
65. 2019: Publicada a primeira fotografia de um buraco negro.

Consultas e outras leituras

As obras indicadas com um ^(R) são recomendadas para quem deseja aprofundar-se mais. Indicam-se com ^(A) artigos e ensaios, e com ^(T) textos técnicos.

—

Aberração da luz ^(A)

(Wikipédia)

Enciclopédia Delta-Larousse ^(A)

(1968, capítulo sobre a teoria da relatividade)

Galileu, Newton

(Volume da coleção Os Pensadores, Editora Abril, 1991)

Massa ^(A)

(Wikipédia)

Arruda, Sérgio M.; Villani, Alberto

Sobre as origens da rel. especial: Relações entre quanta e relatividade em 1905 ^(R) ^(A)

(Caderno Catarinense Para o Ensino de Física, abr. 1996)

Assis, André Koch Tavares; Pessoa Jr., Osvaldo

Erwin Schrödinger e o princípio de Mach ^(A)

(Cad. Hist. Fil. Ci., Campinas, Série 3, v. 11, 2001.)

Auffray, Jean-Paul

Samuel Preston and $E=mc^2$ ^(A)

Baginski, Roberto

Relatividade restrita ^(A) ^(T)

(Instituto de Física da USP, 1999)

Baldiotti, Mário César

Teoria da Relatividade ^(T)

(publicação na net, 2014)

Bernstein, Jeremy

As Idéias de Einstein ^(R)

(Editora Cultrix, 1975)

Albert Einstein e as fronteiras da Física

(Editora Claro Enigma, 2013 – © 1996)

Bohm, David

A Teoria da relatividade restrita

(1965. Editora Unesp, 2012)

Brown, Kevin

Reflections on Relativity ^(T)
(2018)

Calder, Nigel

O universo de Einstein
(Editora UNB, 1988 © 1980)

Cardoso, Carlos Adriano da Conceição

Construção de um estereoscópio: uma proposta para o ensino da polarização da luz no ensino médio ^(A)
(Universidade Federal do Maranhão, 2019)

Carvalho Gomes, Luciano

O experimento do balde de Newton: muitas perguntas, poucas respostas ^(A)
(Acta Scientiae, v.9, n.2, jul./dez. 2007)

Chern, Alexandre; Mendonça, Bruno Rainho

Por que as coisas caem
(Editora Zahar, 2010)

Davies, Paul

O Enigma do Tempo
(Ediouro, 1999)

Einstein, Albert

A teoria da relatividade Especial e Geral ^(R)
(Editora Contraponto, 2000 [1916])
Sobre o Princípio da Relatividade e suas implicações ^(A)
(Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik, 1907)

Falciano, F. T

Cinemática Relativística: Paradoxo dos Gêmeos ^(A) ^(T)
(Revista Brasileira de Ensino de Física, nº 1/2007)
Geometria, espaço-tempo e gravitação: conexão entre conceitos da rel. geral ^(A) ^(T)
(Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 31, n. 4/2009)

Fauth, A. C. e outros

Demonstração experimental da dilatação do tempo e da contração do espaço dos múons da radiação cósmica ^(A) ^(T)
(Revista Brasileira de Ensino de Física, nº 4/2007)

Ferreira, Pedro G.

A teoria perfeita – uma biografia da relatividade
(Companhia das Letras, 2017 - © 2014)

Ferris, Timothy

O Despertar na Via-Láctea
(Editora Campus, 1990)

Feynmann, Richard

Lições de Física ^(R) ^(T)
(Editora Bookman, 2008)

Freitas Mourão, Ronaldo Rogério de

Buracos Negros, universos em colapso
(Editora Vozes, 1979)

Gardelli, Daniel

A Origem da Inércia ^(A)
(Caderno Catarinense para o ensino de Física, vol. 16/1, 1999)

Gazzinelli, Ramayana

Teoria da relatividade especial ^(T)
(Editora Blucher, 2009)

Gott, John Richard

Viagens no Tempo no Universo de Einstein
(Ediouro, 2002)

Greene, Brian

O Universo Elegante
(Companhia das Letras, 2001)
O Tecido do Cosmo ^(R)
(Companhia das Letras, 2005)
A Realidade Oculta
(Editora Schwarcz S. A., 2012)

Gribbin, John

Tempo, o profundo mistério do Universo
(Ed. Francisco Alves, 1983)

Hawking, Stephen

O Universo numa casca de noz
(Editora Mandarin, 2001.)

Hawking, Stephen; Mlodinow, Leonard

O grande projeto
(Editora Nova Fronteira, 2010)

Holanda Cavalcanti, Cláudio José de; Ostermann, Fernanda

Deformações geométricas e velocidade superluminal aparentes em objetos em movimento
relativístico ^(R) ^(A) ^(T)
(Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 29, nº 3, 2007)

Illana, José Inacio

Descubre la relatividad ^(T) ^(R)
(2013 - edição própria)
pode ser baixado de <https://www.ugr.es/~jillana/SR/sr.pdf>

Infeld, Leopold

A evolução de um físico
(Companhia Editora Nacional, 1942)

Albert Einstein, seu trabalho e sua influência no mundo
(Scribner, NY, 1950)

Infeld, Leopold; Einstein, Albert

A Evolução da Física ^(R)
(Zahar Editores, 1962)

Isaacson, Walter

Einstein - Sua vida, seu universo ^(R)
(Companhia das Letras, 2007)

Kenefick, Daniel

Not Only Because of Theory: Dyson, Eddington and the Competing Myths of the 1919
Eclipse Expedition ^(A) ^(R)
(artigo arXiv:0709.0685, em www.arxiv.org, 1996)
Controversies in the History of the Radiation Reaction problem in General Relativity ^(A)
(<https://arxiv.org/abs/gr-qc/9704002>, 1996)

Kenefick, Daniel; Crispino, Luís

100 years of the first experimental test of General Relativity ^(A)
(<https://arxiv.org/abs/1907.10687>, 2019)

Leibniz

Correspondência com Clarke
(Nova Cultural, Os Pensadores, Leibniz, 1992)

Lesche, Bernhard

Teoria da Relatividade ^(T)
(Livraria da Física, 2005)

Levin, Janna

A música do universo
(Companhia das Letras, 2016)

Maia Neto, Paulo; Souto Ribeiro, Paulo; Mota Filho, Ruynet L. de

Física ^(T)
(Cederj)

Martins, Roberto de Andrade

A Dinâmica Relativística antes de Einstein ^(A)
(Revista Brasileira de Ensino de Física, nº 1/2005)
Galileu e o princípio da relatividade ^(A)
(Cadernos de História e Filosofia da Ciência, 1986)
O surgimento da relatividade especial ^(R) ^(A)
(<http://www.ghc.usp.br/server/pdf/RAM-Relatividade-livro.pdf>, [?])
Teoria da relatividade especial ^(T)
(Editora Livraria da Física, 2012)

Menezes Jr., Roberto dos Santos; Santos Lordêlo, Fernando

Uma análise de experimentos de corpos em movimento no éter ^(R) ^(A)
(Revista Brasileira Para o Ensino de Física, vol. 41, nº 2 – 2019)

Mlodinow, Leonard

A Janela de Euclides
(Geração Editorial, 2008)

Natário, José

A geometria da relatividade ^(R) ^(T)
(publ. na Internet, 2010)

Neffe, Jürgen

Einstein, uma biografia ^(R)
(Novo Século, 2012)

Nicholson, Iain

Gravidade, buracos-negros e o Universo
(Ed. Francisco Alves, 1983)

Nussenzweig, Moysés

Curso de Física Básica – Vol. 4
(Editora Blucher, 1998)

Ostermann, Fernanda; Ricci, Trieste F.

Relatividade restrita no ensino médio: Contração de Lorentz-Fitzgerald e aparência visual de objetos relativísticos em livros didáticos de Física ^(A)

(Caderno Brasileiro do Ensino de Física, vol. 19, nº 2, 2002)

Relatividade restrita no ensino médio: os conceitos de massa relativística e de equivalência massa-energia em livros didáticos de Física ^(A)

(Caderno Brasileiro do Êxito de Física, vol. 21, nº 1, 2004)

Pais, Abraham

Sutil é o Senhor, a ciência e a vida de A. Einstein ^(R) ^(T)
(Nova Fronteira, © 1982)
Einstein Viveu Aqui
(Nova Fronteira, © 1994)

Peduzzi, Luiz

A relatividade einsteiniana: uma abordagem conceitual e epistemológica ^(R) ^(T)
(Universidade de Santa Catarina, 2011)
https://www.if.ufrgs.br/~lang/Textos/Textos_Peduzzi

Penrose, Roger

A Mente Nova do Rei
(Editora Campus, 1991)

Pessoa Jr., Oswaldo

O Paradoxo dos Gêmeos
(2012 – extraído da Internet)

Pietrocola, Maurício

Fresnel e o arrastamento parcial do éter. ^(R)
(Depto. de Física da UFSC)

Pimentel Jr., Roberto A

O experimento de Fizeau de 1851 e o éter luminífero ^(A)

(UFRJ, 2008 – obtido da Internet)

Uma história da interferometria no século XIX ^(R)

(Tese de doutorado, 2012)

Pires, Antônio S. T.

Evolução das Idéias da Física ^(R)

(Livraria da Física, 2008)

Polito, Antony

A construção da estrutura conceitual da física clássica

(Livraria da Física, 2016)

Reis, Manuel dos

O Problema da Gravitação Universal ^(R) ^(T)

(Imprensa da Universidade, Coimbra, 1933)

Resnick, Robert

Introdução à relatividade especial ^(R) ^(T)

(Editora Polígono, 1971)

Ronan, Collin A.

História Ilustrada da Ciência

(Círculo do Livro, 1990)

Santos (dos), Christovam Colombo

Relatividade Especial

(Universidade Federal de Ouro Preto, 1973)

Santos, José Carlos

Minkowski, geometria e relatividade ^(A) ^(T)

(?,?– obtido da Internet)

Sazonov, A. Anatoli

El universo tetradimensional de Minkowski ^(R) ^(T)

(Editora Mir, Moscou, 2008)

Silk, Joseph

O Big Bang – A origem do Universo ^(R)

(Editora Universidade de Brasília, 1988. © 1980)

Simman, Arkan; Fontaine, Joëlle

A Imagem do Mundo dos Babilônios a Newton

(Companhia das Letras, 2003)

Singh, Simon

Big Bang

(Editora Record, 2006)

Smolin, Lee

Três caminhos para a gravidade quântica

(Editora Rocco, 2002)

S. L. Soares, Domingos

Uma pedra no caminho da teoria da relatividade Geral ^(A)

(Departamento de Física, UFMG — BH, MG)

Os primeiros passos na cosmologia relativista ^(A)

(Site do autor)

Speyer, Edward

Seis caminhos a partir de Newton

(Editora Campus, 1995)

Stachel, John

O ano miraculoso de Einstein ^(R) ^(T)

(Editora UFRJ, © 1998)

Tipler, Paul A.; Llewellyn, Ralph. A.

Física Moderna, 6ª edição ^(R) ^(T)

(LTC/GEN – Grupo Editorial Nacional, 2014)

Tipler, Paul A.; Mosca, Gene

Física para Cientistas e Engenheiros, Vol. 3, 6ª edição ^(R) ^(T)

(LTC/GEN – Grupo Editorial Nacional, 2006)

Valladares, Jorge A.

O conceito de massa ^(A)

(Revista Brasileira de Ensino de Física, Vol. 15, 1993)

Velten, Hermano

Matéria escura, energia escura e a busca por uma nova teoria para a gravitação ^(A) ^(T)

(Cadernos de Astronomia, Vol. 1, no 1 - 2020)

Villani, Alberto

Confronto Loretz-Einstein e suas interpretações ^(R) ^(A)

(Revista Brasileira de Ensino de Física, Vol. 3, 1981)

A Visão eletromagnética e a relatividade ^(R) ^(A)

(Revista Brasileira de Ensino de Física, n^{os} 1 e 2/1985)

Weinberg, Steven

Os Três Primeiros Minutos

(Editora Gradiva, 1987)

Weiss, Michael; Baez, John ^(R)

Is Energy Conserved in General Relativity? ^(T)

(http://math.ucr.edu/home/baez/physics/Relativity/GR/energy_gr.html)

Will, Clifford

Einstein tinha razão? ^(R)

(Editora Gradiva, © 1986)

Wolfson, Richard

Simplesmente Einstein

(Editora Globo, 2005)

Além dessas obras, colhi informações adicionais e esclarecimentos em diversos *sites* na Internet, em especial no curso sobre relatividade restrita elaborado pelo Prof. Ricardo Avelino Gomes e disponível em seu canal no You Tube.

No endereço abaixo, é possível ver as chapas tiradas em Sobral, em 29 de maio de 1919, e a análise espectroscópica das mesmas, além de diversos outros registros fotográficos daquela ocasião:

<https://daed.on.br/sobral/index.php?lang=pt-br>

Créditos das ilustrações:

As ilustrações das páginas 15, 22, 95, 102, 116, 151, 212 e 221, bem como as figuras 27-a, 27-b, 31, 37, 38 e 39 e ainda as fotografias dos cientistas mencionados no texto foram obtidas na Internet e são, possivelmente, de domínio público.

A ilustração da página 115 foi colhida em Ronan [1990];

As ilustrações da página 172 foram adaptadas de “Física”, de Paulo Maia Neto.

Fig. 7-c — Extraída de Wolfson, [2005];

Fig. 7-d — Extraída de Resnick, [1971];

Fig. 16 — Cubo Relativístico: adaptado de Nussenzveig [1998];

Fig. 18 — Aumento de massa: extraída de “Física”, Hallyday & Resnick [1971];

Fig. 23 — Geometrias euclidiana e não-euclidianas: extraída de “Astronomia”, da Rio Gráfica. A imagem foi modificada através do Photoshop;

Fig. 33 — Periélio de Mercúrio: adaptação de ilustração extraída do livro “O Universo de Einstein”, de Nigel Calder;

Fig. 36 — Buraco Negro: extraída e adaptada de “O Universo Elegante”, de Brian Greene.

AS DEMAIS ILUSTRAÇÕES FORAM ELABORADAS PELO AUTOR, DAS QUAIS:

Fig. 17 — Velocidade x Momento: gráfico criado com o Advanced Grapher;

As ilustrações das páginas 179, 184, 185, 197 a 201 foram criadas com o Geogebra.

Notas

PRIMEIRA PARTE

ⁱ Aristóteles explicava o movimento de um projétil citando como exemplo uma flecha atirada por um arqueiro: afirmava que o ar, forçado para os lados pela ponta da flecha, escorria para a parte traseira a fim de preencher o vácuo formado e mantê-la em movimento. Segundo Hiparco (século II a.C.), o movimento devia-se a uma força impressa no projétil, a qual diminuía aos poucos até findar. Guilherme de Ockham (1285-1347) definiu o movimento através da existência sucessiva do projétil em lugares diferentes sem repouso intermediário, e, não sendo um efeito desvinculado do corpo, não requeria uma causa, fosse do meio, fosse por uma força aplicada. Philoponus (século VI), rejeitando Aristóteles, propôs que o movimento se devia a motores internos do próprio projétil, postos em ação no ato do lançamento; e assim por diante, ao longo da história da Física.

ⁱⁱ Cumpre esclarecer que o princípio da relatividade de Galileu, que apareceu em seu livro “Diálogo Sobre os Dois Principais Sistemas do Mundo”, não foi formulado conforme é apresentado nas publicações modernas. Uma frase sua, além da experiência do navio, que pode ser identificada com o chamado princípio da relatividade de Galileu é: “O movimento comum é como inexistente”. No Diálogo, após enunciar a experiência do navio, diz: “E a razão de toda essa correspondência de efeitos é que o movimento do navio é comum a todas as coisas nele contidas e também ao ar”. É de notar que Galileu não fala em inércia, sendo essa citação a única explicação para a igualdade dos efeitos observada. Em outros pontos do Diálogo há outras frases repetindo a mesma idéia, como por exemplo: “O movimento, para as coisas que se movem igualmente com ele, é como se não existisse e produz efeitos em relação às coisas às quais falta [esse movimento]”; e “O movimento, enquanto movimento, atua como movimento em relação às coisas que não o possuem; mas entre as coisas que participam dele nada acontece, e é como se ele não existisse”.

ⁱⁱⁱ Um referencial em relação às estrelas com a origem no Sol é um referencial inercial por excelência, uma vez que dadas as imensas distâncias entre o Sol e as estrelas ambos podem ser considerados em repouso entre si. Chama-se referencial copernicano.

Chama-se referencial terrestre aquele situado na Terra. Para a maioria dos experimentos é um referencial inercial com boa aproximação, embora a Terra não se desloque em movimento uniforme: sua órbita é elíptica e não uma linha reta, com velocidade média de 108.000 km/h, movendo-se com mais rapidez no periélio, isto é, quando mais próxima do Sol. Tal movimento, porém, não exerce influência sobre os objetos em sua superfície, tanto que nunca foi percebido, e na época de Newton, quando já se havia firmado o sistema de Copérnico, esse fato constituía um enigma.

Kevin Brown [2012] faz uma abordagem bastante técnica do assunto, e com relação ao pensamento de Einstein esclarece: “Fundamentalmente, a classe de sistemas de coordenadas que Einstein estava tentando identificar (os sistemas de coordenadas inerciais) são aqueles em termos dos quais a inércia é homogênea e isotrópica, o que significa que objetos livres se movem a uma velocidade constante em linhas retas e (tão importante quanto) a força necessária para acelerar um objeto do repouso para uma determinada velocidade é a mesma em todas as direções.”

^{iv} Tal descrição do tempo e do espaço predominou na ciência principalmente devido ao êxito da teoria de Newton. Para Leibniz, falar de um espaço completamente vazio não fazia sentido: só teria sentido na medida em que se pudessem estabelecer relações de posição entre os corpos nele contidos. “[Afirmava] que o tempo e o espaço eram simples instrumentos de contabilidade, úteis para medir as

relações entre os objetos e os eventos que ocorrem no universo” de forma que “a localização no espaço e no tempo de um objeto só faz sentido se comparada com outro objeto” [Brian Greene].

Seguem-se alguns trechos de sua correspondência com o filósofo Samuel Clarke:

“Esses senhores asseveram, pois, que o espaço é um ser real e absoluto”; “Quanto a mim, deixei assentado mais de uma vez que, a meu ver, o espaço é algo puramente relativo, como o tempo; a saber, na ordem das coexistências como o tempo na ordem da sucessões. De fato, o espaço assinala em termos de possibilidade uma ordem das coisas que existem ao mesmo tempo, enquanto existem junto, sem entrar em seu modo de existir” (3ª Carta, §§ 3º e 4º);

“Digo, portanto, que se o espaço fosse um ser absoluto sucederia algo que seria impossível possuir uma razão suficiente [...]. O espaço é algo absolutamente uniforme, e sem as coisas postas nele um ponto do espaço não difere absolutamente de outro ponto. Ora, disso se segue [...] ser impossível haver uma razão por que Deus, conservando as mesmas situações dos corpos entre si, os tenha colocado assim e não de outro modo [...]” (3ª Carta, § 5º);

“O mesmo se dá com o tempo. [...] seria impossível haver razões pelas quais as coisas tivessem sido aplicadas antes de tais instantes que de outros [...]. Isso mesmo prova que os instantes não são nada fora das coisas e não consistem senão em sua ordem sucessiva.” (3ª Carta, § 6º).

^v O universo descrito por Aristóteles se compunha de esferas concêntricas cujos eixos e direção de rotação eram ajustados para se aproximarem dos movimentos aparentes do Sol, da Lua e das estrelas. Havia a esfera da Terra, a da Lua etc., sendo que a esfera maior, exterior a todas, era a das estrelas — as quais estavam fixadas na esfera e todas à mesma distância do centro, isto é, da Terra. No começo de século XX já se sabia que as estrelas não eram fixas, mas tinham um movimento mais ou menos irregular, contudo a descoberta de que — neste caso — as galáxias se afastavam todas entre si devido à expansão do espaço só se daria e se consolidaria entre 1929 e 1931.

^{vi} O conceito de inércia estabelecido por Galileu difere do de Newton em três aspectos [Antônio S. T. Pires, 2008]: 1) Galileu entendia que a direção horizontal não é retilínea mas circular, seguindo a circunferência da Terra, pois “uma superfície que não seja nem acline nem declive deverá estar em toda sua extensão igualmente afastada do centro da Terra”; 2) Não refere explicitamente tratar-se de movimento uniforme, ainda que a idéia pareça esta; 3) A resistência ao movimento não era compreendida como a atuação de uma força, opondo-se à noção aristotélica de que, na região sublunar, todo movimento circular seria forçado.

^{vii} A força resultante das forças aplicadas sobre um ponto material é igual ao produto de sua massa pela aceleração que o ponto material adquire:

$$F = m.a \quad \therefore \quad a = \frac{F}{m}$$

Trata-se de uma grandeza vetorial, ou seja, para ser descrita depende de direção e sentido, donde que ela descreve a alteração do estado de movimento do corpo, bem como de sua direção e sentido. Neste caso, m é a massa inercial.

^{viii} A conhecida fórmula da gravitação universal

$$F = \frac{GmM}{r^2}$$

não foi estabelecida por Newton, mas por Pierre Simon Laplace, no século XVIII.

Nesta fórmula, m e M são as **massas gravitacionais** separadas pela distância r , e G a **constante gravitacional**, cujo valor é igual a $6,674184 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{Kg.s}^2$. Como a força gravitacional é extremamente débil, G é a constante da Física conhecida com menos precisão. Newton calculou o produto dessa constante pela massa da Terra, mas seu valor só foi determinado pela primeira vez após sua morte através das anotações deixadas pelo físico Henry Cavendish (1731-1810), a partir de experimentos feitos (1797-98) com uma balança de torção com o fito de medir a densidade da Terra. O valor de G foi calculado cerca de 75 anos depois do experimento de Cavendish (cf. Cherman & Mendonça, op. cit.).

Dado que $F = ma = mg$, temos então

$$mg = \frac{GmM}{r^2} \Rightarrow g = \frac{GM}{r^2}$$

donde se conclui que a aceleração gravitacional não depende da massa do objeto em queda livre, razão pela qual todos os corpos caem com a mesma aceleração.

^{ix} Na mesma correspondência com Clarke, Leibnitz declarava não aceitar essa noção de forças agindo a distância: “Uma atração propriamente dita (...), seria uma operação a distância, sem meio. (...) Como entendê-la, então, quando se pretende que o Sol, através do espaço vazio, atrai o globo da Terra? (...) Esse meio de comunicação é, dizem, invisível, intangível, não-mecânico. Poder-se-ia acrescentar, com o mesmo direito: inexplicável, ininteligível, precário, sem fundamento, sem exemplo.” (5ª carta, §§ 118 e 120)

^x Uma nova definição de massa está ligada ao campo de Higgs, proposto na década de sessenta (mais precisamente em 1964) pelo físico britânico Peter Higgs, e independentemente pelo físico belga François Englert e pelo já falecido Robert Brout. O campo de Higgs, em linhas gerais, conforme a teoria cosmológica vigente ter-se-ia originado nos instantes iniciais do Universo e preenche todo o espaço. Parte da massa que constitui a matéria se origina da interação de suas partículas fundamentais (elétrons e quarks) com esse campo. Em 2012, pesquisas conduzidas no LHC levaram à descoberta de uma nova partícula cujas características faziam crer que se tratava do bóson de Higgs. Nem toda a massa da matéria, porém, é resultado da interação de partículas fundamentais com o campo de Higgs, pois as altas energias que envolvem a interação forte também contribuem com parte dessa massa. [Greene, B. 2005] A confirmação da existência do campo de Higgs veio no ano seguinte, o que conferiu a Peter Higgs e François Englert o Prêmio Nobel daquele mesmo ano.

^{xi} Segundo Pimentel Jr. não é exato que houvesse desde então um embate entre Newton e Huygens, ou mesmo entre defensores da teoria corpuscular (ou da emissão) e defensores da teoria ondulatória. Para Newton, a idéia de que a luz seria composta por emissão de corpúsculos constituía apenas uma hipótese, pois sua teoria das cores não dependia, a seu ver, da natureza da luz. Somente a partir das investigações de Euler polarizou-se o debate entre “corpusculistas” e “ondulacionistas”, sendo que a teoria da emissão prevaleceu em fins do século XVIII, pois fenômenos como fosforescência e fluorescência encontravam dificuldades para serem explicados à luz dos conceitos ondulatórios. Reavivou-se, porém, esse debate no começo do século XIX devido a observações e experimentos diversos que faziam pender o fiel da balança para a teoria ondulatória, que nos anos 1820 já havia conquistado reconhecimento e aceitação no meio acadêmico, principalmente graças ao empenho de experimentalistas como Young, Arago e Fresnel (Pimentel Jr. [2012]).

^{xii} O primeiro fenômeno relacionado ao que hoje conhecemos como polarização da luz foi observado pelo físico dinamarquês Erasm Bartholin em 1669, ao perceber que o cristal de calcita

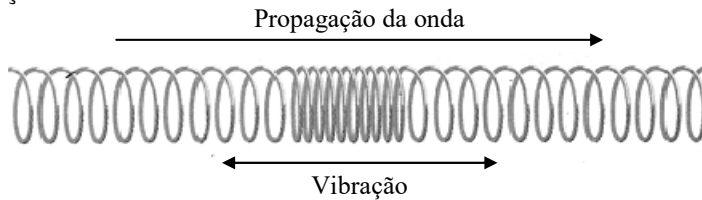
produzia duas imagens de um mesmo objeto (v. fig. abaixo). Também Huygens observou o fenômeno, notando que, incidindo sobre um cristal de calcita raios de luz provenientes de outro cristal de calcita, ao girar o segundo cristal, mudando portanto sua orientação, era produzida uma imagem única.



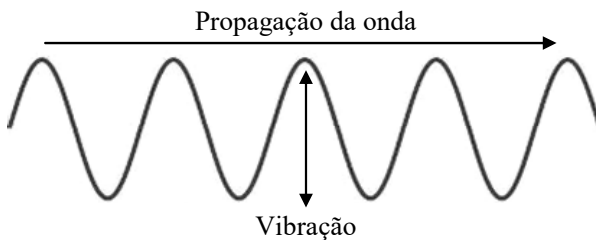
Tanto Huygens quanto Newton buscaram explicar o fenômeno conforme o entendimento que tinham da luz — Huygens defendeu a idéia de que a velocidade de propagação das ondas luminosas dentro da calcita dependia da direção, enquanto Newton ponderou que os corpúsculos de luz deveriam ter lados, e cada corpúsculo seria refratado de uma forma diferente, conforme o lado que incidisse sobre o cristal —, mas a plena compreensão do fenômeno ainda iria demorar.

Em linhas gerais, a polarização é uma propriedade das ondas eletromagnéticas que distingue a luz polarizada da luz comum, proveniente (p. ex.) de uma lâmpada. A diferença é que na luz comum os vetores campo elétrico (**E**) e campo magnético (**B**) se propagam em todas as direções, enquanto a luz polarizada possui uma orientação específica. Em outras palavras, a polarização é uma medida da orientação espacial dos vetores **E** e **B**.

^{xiii} Nas ondas longitudinais, como as ondas sonoras, em que ocorrem compressões e rarefações sucessivas do ar, a vibração ocorre ao longo da direção de propagação da onda. Nas ondas transversais, como as ondas eletromagnéticas, a vibração ocorre perpendicularmente à direção de propagação da onda.



— Ondas longitudinais



— Ondas transversais

^{xiv} A primeira verificação experimental de que a velocidade da luz não depende do movimento da fonte emissora deu-se em 1964, no CERN, quando se conseguiu medir a velocidade de fótons emitidos pelo decaimento do pión neutro (π^0). Os píons são produzidos em laboratório em velocidades elevadas ($0,99975c$) e têm um período de vida curtíssimo, 8×10^{-17} s, logo se desintegrando principalmente em dois fótons: $\pi \rightarrow \gamma \gamma$. No experimento, conseguiu-se medir o tempo gasto pelos fótons até chegarem no detector, comprovando-se a constância de c no vácuo. (Illana, J. [2013])

^{xv} Conforme J. Bernstein [Maxwell raciocinava da seguinte forma]: se um objeto eletricamente carregado for posto a vibrar, parte do campo magnético que circunda a carga se destacará desta e passará a propagar-se sob a forma de onda. Maxwell mostrou que a velocidade de propagação de uma onda eletromagnética no vácuo é:

$$v = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \cdot \mu_0}}$$

em que $\epsilon_0 = 8,8541878176 \times 10^{-12}$ e $\mu_0 = 1,2566370614 \times 10^{-6}$ são respectivamente a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética no vácuo, duas constantes físicas, em unidades do Sistema Internacional.

Obtém-se da expressão anterior:

$$v = \sqrt{\frac{1}{8,8541878176 \times 10^{-12} \times 1,2566370614 \times 10^{-6}}} = \sqrt{\frac{1}{1,112650056}} = 299.792.458 \text{ m/s}.$$

Esta foi uma das grandes descobertas da história da Ciência, que levou à unificação do magnetismo e da eletricidade: as ondas eletromagnéticas englobam desde as ondas de rádio, passando pelo infra-vermelho, pela luz visível até as ondas ultra-violetas, raios X e raios gama, formando o que se chama espectro eletromagnético (v. fig. à pg. 85).

Da esquerda para a direita estão os diversos comprimentos de onda e em ordem decrescente de energia. A luz visível, com comprimento de onda entre 750 e 400 nanômetros, cuja faixa é destacada em destaque, se decompõe no espectro luminoso que vai do violeta, à esquerda, ao vermelho, à direita, mostrando que aquela é mais energética que esta.

^{xvi} Tendo sido postulada a existência de um “éter” como o meio de propagação da luz, diversos pensadores passaram a pesquisar e estudar suas propriedades, e um desses foi o próprio Maxwell, que imaginou um experimento com o propósito de confirmar sua existência. Como à época não se acreditasse possível a realização de tal experimento, Maxwell foi dissuadido por seu editor de publicar sua idéia. Em 1879, porém (um ano antes de seu falecimento), escreveu uma carta a um amigo mencionando o assunto, e a carta acabou publicada — já após sua morte — na revista *Nature*, tendo sido lida, entre outros, pelo físico Albert Michelson. Como vemos no corpo do texto, Michelson por duas vezes tentou o experimento proposto, primeiro sozinho, em 1881, e mais tarde, em 1887, com a colaboração de Edward Morley, sem obter resultado favorável à hipótese do éter. (Hawking e Mlodinow [2010])

^{xvii} Em 1675 o astrônomo dinamarquês Olaus Römer, observando as luas de Júpiter, percebeu que as variações periódicas no tempo em que Io, a mais próxima, entrava em eclipse obedeciam

a um padrão: os eclipses ocorriam antes do esperado quando Júpiter se encontrava no ponto mais próximo da Terra, e depois, quando estava mais distante, verificando uma diferença de 22 minutos no ritmo dos eclipses. Essa discrepância se devia ao tempo gasto pela luz para percorrer a distância sempre variável entre Júpiter e a Terra. Römer deduziu então que a luz gastaria 22 minutos para percorrer uma distância equivalente ao diâmetro da órbita terrestre. De tais medições concluiu-se, bem mais tarde, que seria possível medir a velocidade da Terra em relação ao espaço absoluto.

À época ainda não se conhecia bem a distância Terra-Sol, portanto Römer não pôde atribuir um número à velocidade da luz. Considerou-a, no entanto, finita. Como a órbita é de trezentos milhões de quilômetros, Römer deveria ter encontrado 16,6 minutos.

A velocidade da luz foi melhor estimada em 1728 pelo físico James Bradley, o qual observou que as deflexões (ou desvios) da luz estelar se alteravam ligeiramente ao longo do ano, enquanto a Terra girava em torno do Sol, e pôde calcular que sua velocidade era aproximadamente 10.000 vezes maior que a da Terra em seu movimento de translação, ou seja, mais ou menos 300.000 km/s. Albert Michelson estabeleceu a velocidade da luz no vácuo em 299.853 km/s. A estimativa atual é 299.792,458 km/s. O arredondamento para 300.000 km/s é feito para simplificar.

xviii Michelson repetiu seu experimento algumas vezes, a última das quais em 1929, sempre obtendo resultado nulo, como se pode ver na tabela a seguir — extraída de Resnick [1971] —, que mostra ainda o resultado de outras repetições do experimento:

Observador	Ano	Lugar	l (m)	Deslocamento das franjas previsto pela teoria do éter	Limite superior do deslocamento observado
Michelson	1881	Potsdan	1,2	0,04	0,02
Michelson e Morley	1887	Cleveland	11,0	0,40	0,01
Morley e Miller	1902-04	Cleveland	32,2	1,13	0,015
Miller	1921	Mt. Wilson	32,0	1,12	0,08
Miller	1923-24	Cleveland	32,0	1,12	0,03
Miller (luz solar)	1924	Cleveland	32,0	1,12	0,014
Tomaschek (luz das estrelas)	1924	Heidelberg	8,6	0,3	0,02
Miller	1925-26	Mt. Wilson	32,0	1,12	0,088
Kennedy	1926	Pasadena e Mt. Wilson	2,0	0,07	0,002
Illingworth	1927	Pasadena	2,0	0,07	0,0004
Piccard e Stahel	1927	Mt. Rigi	2,8	0,13	0,006
Michelson et al.	1929	Mt. Wilson	25,9	0,9	0,01
Joos	1930	Jena	21,0	0,75	0,002

A idéia de fazer experimentos similares ao de Michelson & Morley no alto de um monte se

devia à possibilidade de que o éter talvez ficasse retido entre as paredes do porão onde se realizaram as experiências originais, possibilidade que o próprio Michelson havia considerado. Por essa razão, no experimento de 1904 Morley e Dayton Miller o fizeram no alto de uma colina, ainda com resultado nulo.

No início da década de 20 Miller repetiu o experimento, mas agora em Monte Wilson, a uma altura de quase dois mil metros, obtendo novamente resultado nulo. Nos anos de 1924 e 1925, porém, numa nova versão mais refinada do experimento teriam sido encontrados sinais de uma “corrente de éter” não nula.

Ao receber a notícia de tais resultados, Einstein teria comentado: “O Senhor é sutil, mas não malicioso”, e em carta a Ângelo Besso afirmou que “nem por um momento levei a sério os resultados [de Miller]”, argumentando posteriormente que o efeito positivo obtido por Miller poderia ter como origem diferenças de temperatura muito pequenas no equipamento utilizado.

Após a notícia de um resultado positivo, outros experimentos foram levados a termo apresentando resultado nulo, feitos porém em condições diversas daquelas em que Miller realizara o seu, pois foram novamente realizados em locais fechados e não em grandes alturas. O próprio Miller em um artigo datado de 1933 argumentou que “em três ou quatro experimentos [negativos] os interferômetros estavam fechados em ambientes metálicos pesados e vedados, e também colocados em sótãos, no interior de edifícios pesados ou abaixo do nível do solo (...)”.

Em 1955 uma nova equipe de pesquisadores analisou a história dos experimentos e concluiu que o trabalho de Miller pode ter sido perturbado por variações de temperatura. Houve novas repetições do experimento após essa data, e em 1963 foram usados *masers*, com resultados pouco claros. Considera-se hoje que os resultados obtidos por Miller constituem uma anomalia, mesmo porque já não cabe dúvidas a respeito da correção da relatividade restrita; porém é interessante observar, com essa história, como a ciência avança por vezes por meio de caminhos sinuosos. Na história da relatividade geral veremos que não foi diferente.

SEGUNDA PARTE

^{xix} Em seus primeiros trabalhos, Einstein referiu-se apenas ao princípio da relatividade. Planck utilizou em 1906 o termo *Relativtheorie* para descrever as equações de Lorentz-Einstein de movimento para o elétron. Bucherer parece ter sido o primeiro a usar o termo *Relativitätstheorie*, no debate que se segue à palestra de Planck. Ehrenfest a utiliza em um artigo, e o termo é adotado por Einstein em 1907, em resposta a dito artigo. Apesar de ter usado o termo vez ou outra a partir de então, por muitos anos continuou empregando *Relativitätsprinzip*. Félix Klein, em 1910, sugeriu *Invariantentheorie*, mas não foi adotado. Em 1915, o próprio Einstein passou a usar a expressão “teoria da relatividade especial”, em contraste à “teoria geral”. [Cf. Stachel, J. (2001)]

^{xx} Embora alguns autores ponham em dúvida essa declaração — afirmando tendenciosamente que Einstein só teve contato com a teoria de Maxwell dois anos mais tarde —, Leopold Infeld nos conta que durante o período em que esteve em Princeton, entre os anos de 1936 e 1938, Einstein ter-lhe-ia referido esse episódio em algumas ocasiões (Cf. Infeld, L. [1950]).

Conforme John Stachel [Stachel, J. (2001)], Einstein com efeito começou a estudar a teoria eletromagnética de Maxwell por volta de 1898, porém em 1895, em seu primeiro ensaio científico, ele já discute a propagação da luz através do éter (o que significa que já havia tido contato com conceitos do eletromagnetismo). Por volta de 1899, tendo estudado os trabalhos de Hertz sobre o tema, já havia começado a trabalhar na eletrodinâmica dos corpos em movimento. Entre 1899 e 1901 discutiu o assunto através de cartas com Mileva Maric. Em carta datada de 27 de março de 1901 chegou a referir-se a esse trabalho como “nosso trabalho sobre o movimento relativo”. É de 1924 uma importante declaração de Einstein: “Após sete anos de vã reflexão (1898-1905), a solução ocorreu-me repentinamente com a idéia de que nossos conceitos e leis do espaço e do tempo podem

ter validade somente enquanto estiverem em uma relação clara com as nossas experiências; e que a experiência pode levar a uma alteração desses conceitos e leis. Pela revisão do conceito de simultaneidade, que lhe concedia uma forma mais maleável, cheguei então à teoria da relatividade especial” [registros transcritos em Friedrich Herneck, “Zwei Tondokument Einstei zur Relativitätstheorie”, *Forschungen und Fortschritte* 40, 1966, pg. 134, cf. Stachel, J. 2001]. Tal declaração nos dá com certeza que ele já se esforçava no sentido de uma descrição da eletrodinâmica dos corpos em movimento em 1898, o que mais uma vez faz crer que não há nada de improvável que Einstein em 1895, ou seja, dez anos antes da elaboração final da teoria, se tivesse de fato feito a pergunta acerca do que observaria se viajasse ao lado de um raio de luz à velocidade da luz.

Uma outra questão que alguns autores aduzem é que não há problema algum em alguém deslocar-se à velocidade da luz quando esta se move num meio como o vidro ou a água, em que ela é inferior a c (ver nota a seguir). Ora, parece-me que Einstein referia-se a c , ou seja, à velocidade da luz no vácuo, onde é uma constante, sendo certo que a relatividade não questiona a aceleração de um corpo a uma velocidade inferior, mas somente igual a c .

xxi O segundo postulado se refere a sistemas inerciais. Para sistemas acelerados c sofre uma variação. Deve-se ressaltar quanto a c como velocidade-limite que nenhum corpo dotado de massa pode ser acelerado a tal velocidade no vácuo; em outros meios, porém, a luz se desloca em velocidades inferiores. No ar sua velocidade é muito próxima de c , mas na água se reduz um pouco mais, sendo possível que uma partícula portando alta energia desloque-se mais rapidamente que a luz nesse meio. É preciso ressaltar ainda que, a despeito da suposição de a luz ser o sinal mais rápido, a relatividade não impede que uma partícula se mova mais rapidamente, desde que não possa ser desacelerada para velocidades inferiores a c . Os “táquions” são partículas hipotéticas que, teoricamente, sempre se movem a velocidades maiores que c . No entanto, nunca foram detectadas.

xxii Na equação que descreve a dilatação do tempo, t é o tempo percebido pelo observador terrestre; t' , o tempo que transcorre no sistema inercial em movimento em relação à Terra (no exemplo, a nave durante a viagem); v , a velocidade desse sistema e c a velocidade da luz. Como a viagem de ida e volta dura, no tempo terrestre, $t = 60$ anos, a duração da viagem de acordo com o referencial de Ana é obtida a partir da equação anterior para $0,999c$, ou seja, 299.492 km/s:

$$60 = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{299.492^2}{299.792^2}}} \Rightarrow 60 \cdot 0,0447 = t' \Rightarrow t' = 2,68$$

o que dá aproximadamente dois anos e oito meses e meio. (Note que o índice da contração do espaço é equivalente ao da dilatação do tempo, donde a distância percorrida por Ana da Terra até a estrela, viagem na qual levou $1,34$ ano, é também de aproximadamente $1,34$ ano-luz, demonstrando-se que para ela o espaço sofreu uma contração.)

$$2,7 = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{299.492^2}{299.792^2}}} \Rightarrow 2,7 \cdot 0,0447 = t' \Rightarrow t' = 1,44$$

o que dá aproximadamente um ano e cinco meses.

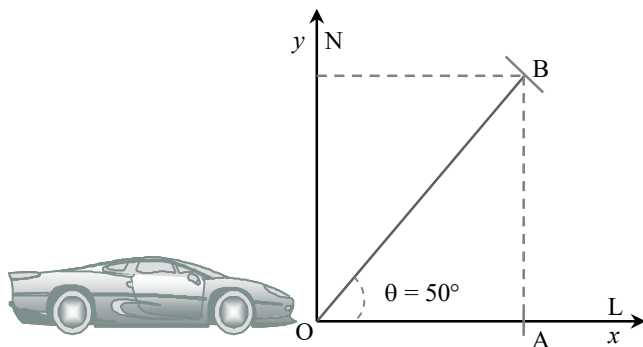
No entanto, uma viagem espacial em tais circunstâncias, se fosse possível, não representaria uma fórmula de longevidade. Em sua viagem, Ana experimentaria os efeitos do tempo normalmente, envelhecendo, de acordo com seu sistema de referência, dois anos e dez meses, como envelhece-

ria se estivesse na Terra durante tempo equivalente. A diferença só será verificada na volta, ao comparar-se o tempo transcorrido no referencial da nave com o tempo transcorrido no referencial da Terra.

xxiii Matematicamente temos que, ao fazer o percurso O-B (v. fig. adiante), essa velocidade possui uma componente no sentido leste e uma componente no sentido norte. A componente leste é dada pela equação $V_x = V \cdot \cos \theta$, e a componente norte por $V_y = V \cdot \sin \theta$.

Considere que o ângulo θ entre os percursos O-A e O-B seja de 50° , a velocidade igual a 60 km/h e o percurso O-A de dez quilômetros, que pode ser feito em dez minutos:

$V_y = V \cdot \sin \theta = 60 \cdot 0,766 = 46 \text{ km/h}$, velocidade com que o carro se desloca para o norte; e $V_x = 60 \cdot \cos 50 = 60 \cdot 0,642 = 38,6 \text{ km/h}$, velocidade com que o carro se desloca para o leste. Para deslocar-se os dez quilômetros no sentido leste (ou seja, para alcançar a linha pontilhada A-B), o carro gastará a essa velocidade cerca de 15,6 minutos.



xxiv Pela contração de Lorentz, os lados AD e BC terão comprimento igual a $1 \times \sqrt{1 - (v/c)^2}$. O cubo será visto rotacionado de um ângulo θ , em que o $\sin \theta = v/c$ e o $\cos \theta = \sqrt{1 - (v/c)^2}$.

xxv Quantidade de movimento (momento) (ρ) é o produto da massa de um corpo pela velocidade com que se move: $\rho = mv$. Esta equação pertence à física newtoniana, e representa uma boa aproximação para valores de v pequenos se comparados a c . Para valores grandes, a equação do **momento relativístico** é:

$$\rho = \frac{m_0 v}{\sqrt{m_0^2 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Dado o desenvolvimento desta equação em função de v :

$$m_0 v = \rho \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) \Rightarrow m_0^2 v^2 = \rho^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$$

$$m_0^2 v^2 + \frac{\rho^2 v^2}{c^2} = \rho^2 \Rightarrow \left(m_0^2 + \frac{\rho^2}{c^2} \right) v^2 = \rho^2$$

$$v = \frac{\rho}{\sqrt{m_0^2 + \frac{\rho^2}{c^2}}}$$

A equação acima relaciona velocidade e momento.

Somente se a partícula tiver massa de repouso nula, $m_0 = 0$, então $v = c$.

xxvi Conforme Villani [1981], parte IV, havia duas correntes de pensamento acerca das características do elétron: uma, liderada por Max Abraham, descrevia o elétron como uma partícula elementar que mantém sua forma esférica e seu volume inalterados; a outra vinha da proposta feita por Lorentz de um elétron deformável. Este era um modelo que concordava com “toda a teoria de Lorentz, de 1904, mas nele ficava inexplicada a estabilidade do elétron. A divergência entre as duas teorias não era só questão de interpretação, pois suas previsões sobre a relação entre a massa longitudinal e a transversal até a segunda ordem em v/c eram diferentes; mas até 1906 não foi possível um experimento que chegasse a tal precisão. Até essa data, a intervenção de Poincaré conseguiu resolver o problema teórico da estabilidade, dando então uma forma completa à teoria de Lorentz.

“O problema da estabilidade é apresentado pelo próprio Lorentz ao mostrar que o trabalho da força que age no elétron modificando a sua velocidade não está de acordo com a variação da energia eletromagnética diretamente calculada para o elétron deformável: portanto, deve existir uma outra forma de energia no elétron que mantenha o balanço energético. Poincaré conseguiu resolver o problema introduzindo uma pressão externa constante de origem não eletromagnética (...). Dessa forma foi completado o duro trabalho de incorporar o princípio da Relatividade (...) à teoria do elétron, salvando o éter e a característica fundamental da interação eletromagnética.

“Mal tinham sido colocadas as últimas pedras do mosaico que compõe a teoria do elétron, quando Kaufmann, em 1906, realizou uma segunda experiência mais refinada, com elétrons velozes, determinando a razão entre massa longitudinal e massa transversal até segunda ordem em v/c : o resultado encontrado era decididamente favorável à teoria do elétron rígido de Abraham e parecia neutralizar de vez os esforços para incorporar o princípio da relatividade em todas as ordens. Lorentz e Poincaré ficaram perturbados (...).

“A experiência, repetida dois anos mais tarde por Bucherer, não confirmou os resultados de Kaufmann, mas ao contrário foi decididamente favorável ao modelo de Lorentz e Poincaré e também ao de Einstein.”

xxvii O paradoxo na forma proposta por E. Dewan e M. Beran considera duas espaçonaves **A** e **B** iguais em repouso num sistema **S**, uma à frente da outra e ligadas por um fio de comprimento **L**. As espaçonaves começam a acelerar simultaneamente e da mesma maneira (mesma direção e sentido), adquirindo portanto a mesma velocidade em qualquer instante e sofrendo ambas igualmente a contração de Lorentz.



Em vista disso, todo o conjunto encontra-se contraído em relação ao comprimento inicial, parecendo à primeira vista que o fio não deve romper-se.

Dewan e Beran, contudo, mostram que esse argumento está incorreto. A distância entre **A** e **B** não sofre contração em relação à distância inicial, pois em **S** ela é definida para permanecer a mesma devido à aceleração igual e simultânea das espaçonaves. No entanto, num sistema **S'** em que estão momentaneamente em repouso as acelerações das espaçonaves não são simultâneas, portanto o espaço entre elas aumenta, mas o fio mantém seu mesmo comprimento de repouso. No referencial **S**, contudo, deverá estar contraído.

Os cálculos feitos em ambos os sistemas mostram que o fio deverá romper-se: em **S'** em razão das acelerações não simultâneas e ao aumento da distância entre as naves, e em **S** devido à contração do fio.

Existem duas objeções a esse raciocínio:

a) não deveria haver diferença entre a distância de uma extremidade à outra de uma haste conectada;

b) também não deveria haver diferença entre a distância de um objeto a outro não conectado se ambos se movem com a mesma velocidade em relação a um sistema inercial.

Dewan e Beran removem essas objeções:

— sendo as naves exatamente iguais e adquirindo a mesma aceleração em **S**, terão nesse sistema a mesma velocidade o tempo todo. Estão, portanto, viajando as mesmas distâncias em **S**, logo a distância entre si não pode mudar;

— argumentaram, porém, que há uma diferença entre (a) e (b): o caso (a) é o caso comum de contração de comprimento, com base no conceito de comprimento de repouso da haste em **S'**, que é rígida e neste sistema permanece igual; será contraída, contudo, em **S**. Já a distância não pode ser vista como rígida no caso (b) porque está aumentando devido às acelerações desiguais em **S'**.

O paradoxo continuou polêmico, gerando muitas controvérsias. Por exemplo, os físicos Vesselin Petkov e Jerrold Franklin — em 2009 — aceitaram o resultado de que em **S'**, devido às acelerações não simultâneas, o fio irá romper-se, mas não concordaram com a explicação de que se rompe em **S** devido à contração de Lorentz, haja vista que a contração não possui realidade física. Outros físicos aduziram novos argumentos tanto a favor quanto contra a idéia de que o fio deve romper-se.

(Nota baseada no verbete da Wikipedia sobre o assunto.)

xxviii Dada a expressão

$$f = f_0 \sqrt{1 - \beta^2},$$

vamos reescrevê-la em termos do período $T = 1/f$ das oscilações, em vez da frequência, levando-se em conta que $T_0 = 1/f_0$ é o período próprio da fonte luminosa em repouso em seu referencial:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma T_0$$

que é a expressão para a dilatação do tempo (já que o período de uma onda eletromagnética é também um intervalo de tempo).

TERCEIRA PARTE

xxix Conforme Lee Smolin [ob. cit.]: “Os livros didáticos costumam dizer que, uma vez que entendemos o tensor de curvatura, estamos muito perto da teoria da gravidade de Einstein. As

perguntas formuladas por Einstein deveriam levá-lo a inventar a teoria em meia página. Somente dois passos são necessários, e é possível ver, desse caderno, que Einstein dispõe de todos os ingredientes. Mas ele pôde fazê-lo? Aparentemente não. Ele começa de maneira promissora, mas então comete um erro. Para explicar que seu erro não é um erro, inventa um argumento muito inteligente. Desanimados, nós, os leitores de seu caderno de anotações, reconhecemos seu argumento como um exemplo de como não devemos pensar sobre o problema. Como bons estudantes dessa matéria, sabemos que o argumento usado por Einstein não só está errado como também é absurdo, mas ninguém nos disse que o próprio Einstein o havia inventado. Ao final do caderno, ele estava convencido da correção de uma teoria que nós, com mais experiência do que ele poderia ter tido naquela época nesse tipo de coisa, sabemos que nem mesmo é matematicamente coerente. Apesar disso, ele convenceu a si mesmo e a vários outros dessa possibilidade e, nos dois anos seguintes, eles se ocuparam dessa teoria errada. De fato, a equação correta estava escrita, quase acidentalmente, em uma página do caderno que examinávamos, mas Einstein não conseguiu reconhecer o que ela representava e, somente após seguir uma trilha falsa durante dois anos, conseguiu voltar a ela. Quando o fez, foram as questões formuladas por seus bons amigos que, afinal, o fizeram perceber onde havia errado.” (Criticar a posteriori, com os caminhos já abertos, é fácil, mas o depoimento nos mostra que os gênios cometem erros e que suas grandes descobertas não lhes caem como por milagre no colo.)

xxx A equação do comprimento da circunferência é $C = 2\pi R$, na qual C é o comprimento da circunferência, R o raio e $\pi = 3,1415926535897\dots$ uma constante.

xxxi O contido neste parágrafo é descrito pelas equações:

$$\begin{cases} F = m_i a \\ F = m_g i \end{cases}$$

portanto: $m_i a = m_g i \Rightarrow a = \frac{m_g}{m_i} i$

em que:

F = força

a = aceleração

m_i = massa inercial

m_g = massa gravitacional

i = intensidade do campo gravitacional

$$\therefore a = \frac{m_g}{m_i} i$$

com $m_g = m_i$, temos $a = i$

xxxii Para ser exato, existem três experiências que podem ser feitas pelo passageiro do elevador a fim de determinar se está sob a influência de um campo gravitacional ou de uma aceleração:

1) Paulo pode deixar cair dois corpos, um junto a um canto e o outro no canto oposto do elevador, e observar o percurso dos mesmos. Se em vez de sofrer uma aceleração produzida por moto-

res que o impulsionem para cima, o elevador estiver sob a ação da gravidade terrestre, a trajetória dos corpos será ligeiramente convergente na direção do centro da Terra. Se o elevador estivesse sendo acelerado para cima, os corpos descreveriam trajetórias paralelas;

2) Se medir a aceleração dos corpos em queda livre junto ao teto do elevador e depois junto ao piso, Paulo notará uma pequena diferença (será maior junto ao piso) se for a gravidade terrestre o que estiver agindo. No caso de o elevador estar sob a ação de uma aceleração, a própria aceleração dos corpos em queda será igual em qualquer ponto;

3) Paulo poderá também dirigir um feixe de luz de uma parede a outra do elevador. A gravidade da Terra não afetará o feixe de luz, caso a luz não possua massa. Se o elevador estiver sob a ação de uma aceleração em vez da gravidade, o feixe de luz atingirá a parede oposta num ponto ligeiramente mais baixo que aquele de onde partiu.

A formulação matemática da relatividade geral, no entanto, elimina essas três dificuldades, embora (Speyer, E., op. cit) Einstein não a tenha desenvolvido concentrando-se nesses três problemas: como já vimos, valeu-se da geometria não-euclidiana de Riemman.

Nas palavras de Speyer:

“As duas primeiras experiências mostram que a teoria geral deve ser infinitesimal, ou seja, deve aplicar-se a ‘elevadores’ ínfimos. À medida que reduzirmos as dimensões dentro do elevador para zero, as diferenças observadas quanto à convergência dos percursos e aos índices de aceleração de queda também se reduzirão a zero. (...) A terceira experiência apontou para uma extensão da teoria especial da relatividade em que a luz *possui massa* (...). A teoria geral amplia essa extensão de forma a incluir os efeitos sobre a luz causados pelos campos gravitacionais. No caso da experiência do elevador, o raio de luz, ao se propagar, se curvaria no mesmo grau em que se curvaria devido a certa quantidade de aceleração.”

A experiência com o feixe de luz é comentada no corpo do texto.

xxxiii A partir da descrição da luz como uma onda eletromagnética, por Maxwell, a luz passou a ser vista como uma onda que se propaga através do éter. Vale lembrar, porém, que antes a luz era entendida como sendo corpuscular, ou seja, um raio de luz era formado por partículas, conforme as teorias de então. Em decorrência disto, a hipótese da atração de um raio de luz por um campo gravitacional já havia sido aventada pelo matemático alemão Johann Georg Soldner, em 1801. Newton, em sua “*Ótica*”, pergunta: “Não agem os corpos a distância sobre a luz, inclinando seus raios, e não é tal ação máxima a distância mínima?”

Por “distância mínima” Newton queria dizer mais próxima do centro de gravidade da massa que, atuando gravitacionalmente sobre a luz, curvaria seus raios. Soldner calculou a trajetória de uma partícula luminosa que, emitida por uma estrela distante, cruzasse a borda do Sol, bastando para isso conhecer a massa do Sol, pois deduziu que a massa inercial da partícula, fosse qual fosse, anularia sua equivalente massa gravitacional. De seus cálculos concluiu que se a estrela estivesse oculta atrás do Sol, a curvatura do feixe de luz por ela emitida criaria uma imagem deslocada da estrela, similar à descrita na 4ª parte deste livro (q.v.). A deflexão calculada foi de 0,875”, conforme a teoria de Newton. O trabalho de Soldner (que Einstein não conhecia) foi publicado pela segunda vez em 1921, nos *Annalen der Physik*, com introdução e comentários do físico anti-semita Philipp Lenard, pretendendo com isso dar sustentação a seu argumento de que a teoria da relatividade fora previamente descoberta por arianos! Não é preciso, no entanto, ser conhecedor profundo de física para entender a diferença entre a concepção de Soldner (notável, sem dúvida) e a de Einstein.

xxxiv Raias escuras foram observadas pela primeira vez em 1802 pelo físico inglês William Hyde Wollaston, que utilizou um prisma para decompor a luz do Sol, antepondo ao prisma uma placa com uma pequena fenda. A luz que atravessava a fenda era decomposta pelo prisma e projetada num anteparo. Wollaston observou que além das cores do arco-íris havia faixas escuras para as

quais não houve explicação à época. Em 1814 o físico alemão Joseph Von Fraunhofer, aperfeiçoando o instrumento utilizado por Wollaston, descobriu as primeiras 547 linhas escuras do espectro da luz solar, que passaram a ser conhecidas como raiais de Fraunhofer, as quais continuaram sem explicação. Em 1842 o astrônomo americano Henri Drapper e o francês Edmond Becquerel pensaram em utilizar a fotografia (inventada alguns anos antes) para registrar permanentemente os espectros estudados. Em 1859 os físicos alemães W. Bunsen e G. R. Kirchhoff descobriram as bases experimentais para a interpretação dos espectros das substâncias químicas.



O método seria aplicado então aos espectros solares e aos das estrelas. Puderam observar que a luz emitida, p. ex., por um gás em alta temperatura apresentava um espectro contínuo, mas o mesmo gás em baixa temperatura emitia um espectro do qual eram visíveis apenas algumas linhas luminosas (o resto da faixa examinada apresentava-se escura): eram as linhas (ou raiais) de emissão, que diferiam de gás para gás, tornando-se possível identificar um gás desconhecido apenas pela observação de seu espectro de linhas. Bunsen e Kirchhoff, fazendo passar a luz de um corpo incandescente por um gás mais frio, viram que essa luz emitia um espectro contínuo — típico do espectro de um corpo incandescente — mas com raiais escuras nas mesmas posições em que era possível observar as raiais de emissão para o mesmo gás (ou corpo) em baixa temperatura. A partir daí concluíram que o gás mais frio absorvia os mesmos comprimentos de onda que era capaz de emitir quando em elevada temperatura. Desse experimento não se tardou a chegar à explicação para as raiais de Fraunhofer: o espectro contínuo é proveniente das camadas mais profundas do Sol, portanto mais densas e quentes, enquanto as camadas exteriores, mais frias, absorvem apenas seus comprimentos de onda característicos. O físico americano Henry A. Rowland, continuando os estudos de Fraunhofer, completou em 1897 um atlas das linhas de absorção solar.

Na figura da página anterior, as raiais de absorção e as de emissão do Hidrogênio.

^{xxxv} Em sua forma original, apresentada por Paul Ehrenfest em 1909, essa questão ficou conhecida como o Paradoxo de Ehrenfest. Nele discute-se a noção de um cilindro idealmente rígido que gira. Seu raio R , durante o giro, sendo perpendicular à direção do giro, é igual ao raio R_0 , de quando o cilindro se encontra em repouso. A circunferência, contudo, deve sofrer uma contração para um valor menor, dada pelo fator γ . Isso leva à seguinte contradição:

$$R = R_0 \text{ e } R < R_0.$$

O aprofundamento da questão feito por Einstein mostra que a geometria num cilindro (ou num disco) em rotação não é a mesma geometria euclidiana, conforme o texto.

^{xxxvi} A curvatura do espaço já havia sido estudada pelo astrônomo alemão Karl Schwarzschild em 1900, quando este pensou em estudar a geometria do espaço medindo os ângulos de um triângulo formado pela luz de uma estrela que chegasse à Terra em dois pontos de sua órbita o máximo possível separados. Num espaço curvo a soma dos ângulos internos de um triângulo não é 180 graus, mas das medições realizadas por Schwarzschild resultou a conclusão de que o raio de curvatura do espaço, se havia, devia ser muito amplo, pois nada conseguiu verificar. O espaço, sabe-se hoje como decorrência das previsões da teoria da relatividade, é curvo, mas a ciência ainda não demonstrou se essa curvatura é esférica (positiva) ou em forma de sela (negativa). O conceito de curvatura do tempo, no entanto, não fora antecipado nem por geômetras, nem por Schwarzschild (Bernstein, J. 1975).

QUARTA PARTE

^{xxxvii} Uma das fontes de consulta apresenta a seguinte tabela de resultados acerca das observações feitas em Sobral e na Ilha o Príncipe:

Local/chapas	Cota inferior	Média	Cota superior
Sobral			
8 chapas boas	1,713	1,98	2,247
18 chapas ruins	0,140	0,86	1,580
Ilha do Príncipe			
2 chapas ruins	0,944	1,62	2,276

Observa-se que nesta tabela não há referência a dezesseis fotografias, tampouco a somente uma fotografia de boa qualidade.

^{xxxviii} O estudo foi feito por G. M. Harvey em 1979, do Royal Greenwich Observatory, e publicado em dezembro de 1979 em *The Observatory*, vol. 99, pág. 195-198.

Há um belo e impressionante conjunto de imagens da época, inclusive do eclipse, em <https://daed.on.br/sobral/index.php?lang=en-us>

^{xxxix} Descoberto pelo físico alemão Rudolf Mössbauer em 1957, o efeito Mössbauer envolve emissão ressonante e sem recuo e absorção de fótons de radiação gama por átomos ligados numa estrutura sólida.

A emissão e absorção de raios X por gases já fora observada, e esperava-se que um fenômeno similar fosse encontrado para os raios gama, produzidos em transições nucleares de um estado instável de alta energia para um estado estável de baixa energia, diferentemente dos raios X, que são produzidos por transições eletrônicas. A energia dos raios gama emitidos corresponde à energia da transição nuclear, da qual se subtrai uma certa quantidade de energia perdida como recuo do átomo e-missor. Se a energia de recuo perdida é pequena (quando comparada com a largura de linha espectral da transição nuclear), a energia dos raios gama ainda corresponde à energia da transição, e os raios podem ser absorvidos por um segundo átomo do mesmo tipo do primeiro. Esta emissão e subsequente absorção é chamada ressonância (um adicional de energia de recuo é igualmente perdido na absorção. Assim, para que a ressonância ocorra, a energia de recuo deve ser menos da metade da largura de linha da transição).

As tentativas, porém, de observar ressonância de raios gama em gases falharam devido às perdas de energia por recuo, o que impede que ocorra ressonância. Mössbauer conseguiu observar ressonância em irídio sólido, o que levou a questionar-se a razão de a ressonância de raios gama ser possível em sólidos, mas não em gases. Mössbauer propôs que, no caso de átomos ligados em uma forma sólida, sob certas circunstâncias uma fração dos eventos nucleares pode ocorrer essencialmente sem recuo. Ele atribuiu a ressonância observada a esta fração sem recuo dos eventos nucleares.

Esta descoberta foi premiada com o prêmio Nobel de Física em 1961, juntamente com a pesquisa de Robert Hofstadter sobre a dispersão de elétrons no núcleo atômico.

(Nota baseada em verbete da Wikipédia)

^{xl} O conceito inicial de uma singularidade foi proposto pelo padre e astrofísico belga George Lemaitre, em 1927: ele aduziu a idéia de um “átomo primordial” no qual toda a matéria do universo estaria concentrada; em dado momento esse átomo primordial teria decaído segundo as leis da mecânica quântica e dado origem ao universo que conhecemos.

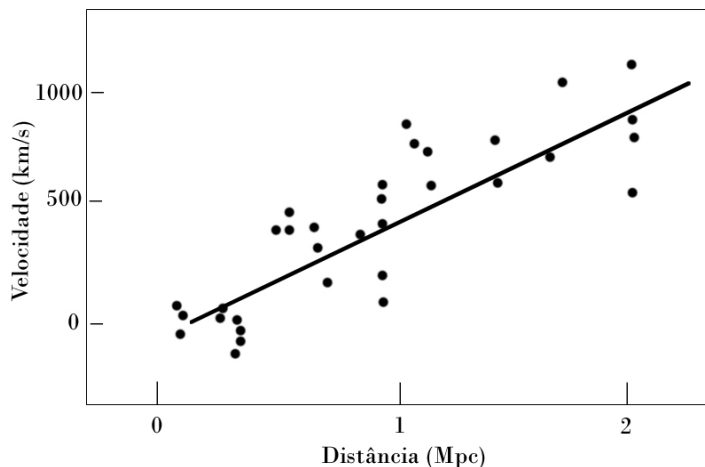
A Teoria do Big Bang passou, desde a proposta de Lemaitre, por um longo processo de evolução em suas idéias e de robustecimento por meio de evidências, de forma que sua história é sem dúvida uma das mais maiores aventuras do pensamento humano. Em síntese, essa teoria diz que toda a matéria do Universo, há cerca de 13,7 bilhões de anos (idade estimada pelos cálculos mais atuais), esteve concentrada num único ponto de densidade infinita, uma “singularidade”, tendo então ocorrido uma grande explosão que deu origem ao universo observável.

Fred Hoyle, que não aprovava essa idéia e defendia sua própria teoria do Universo, conhecida como Universo Estacionário, apelidou a teoria pejorativamente de “big-bang”, ou seja, “grande explosão” em tradução livre, mas o nome se consagrou e a Teoria do Big-Bang é hoje a mais bem sucedida teoria sobre a origem do universo.

Ao se falar de uma “grande explosão” que teria dado origem a tudo o que existe, há que ter em mente, no entanto, que uma explosão convencional ocorre em algum lugar do espaço e num momento bem determinado do tempo; o Big Bang não teve lugar no espaço nem aconteceu num dado momento do tempo, mas criou o espaço e o tempo, de forma que não se define algo como “antes” do Big-Bang.

O universo, conforme o pensamento moderno, encontra-se em expansão (observações feitas em 1997 mostram uma expansão acelerada, fenômeno totalmente inesperado!), e uma analogia que permite visualizar esse modelo é a do balão de borracha, na superfície do qual se encontram pequenos pontos, representando as galáxias (deve-se ressaltar que a superfície do balão é bidimensional enquanto o universo possui três dimensões espaciais observáveis). À medida que o balão infla, a distância entre os pontos aumenta, fazendo com que cada um se afaste igualmente de todos os outros, não havendo em toda a superfície bidimensional do balão nenhum ponto que se possa considerar central.

Da mesma forma, à medida que o universo se expande, o espaço entre cada galáxia aumenta, fazendo com que cada uma se afaste igualmente de todas as outras, sendo que as mais distantes se afastam proporcionalmente mais rápido (fig. 32). Como existe uma simetria em larga escala no universo, qualquer observador em qualquer galáxia verá todas as outras se afastarem, sendo que as mais distantes proporcionalmente mais rápido que as mais próximas, o que significa dizer que o universo não possui um centro.



A descoberta da radiação residual dessa “grande explosão” deu-se em 1965, quando os radioastrônomos Arno Penzias e Robert Wilson utilizavam a antena do laboratório da Bell Telephone, no Monte Crawford em Nova Jersey, para medir a intensidade das ondas de rádio emitidas pela Via-Láctea fora do plano da mesma. Ambos esperavam pouco ruído de fundo na estrutura da antena,

uma refletora de muito baixo ruído de fundo, e para verificar essa possibilidade iniciaram as medições na faixa de um comprimento de onda relativamente curto, 7,35 cm, mas para sua surpresa detectaram justamente nessa faixa um ruído apreciável independente da direção observada. Mesmo procurando eliminar todas as possibilidades de interferências espúrias acaso presentes, aquela em particular não foi eliminada: tratava-se de uma radiação que parecia provir uniformemente de todas as direções do céu e cuja temperatura se fixava na faixa dos 3° K (pouco acima do zero absoluto), não variava com o tempo nem parecia provir de alguma galáxia em particular.

Pouco tempo antes, o teórico J. E. Peebles previra a existência de um fundo de ruídos de rádio remanescentes do começo do universo, como um eco do big-bang. A previsão de Peebles fora, contudo, antecipada em cerca de dez anos pelos cosmólogos Ralph Alpher e Robert Herman, que concluíram (conclusão, aliás, necessária) pela existência de uma radiação de fundo remanescente do estágio inicial superdenso e altamente energético do Universo. À época, a previsão de Alpher e Herman não recebeu a devida atenção, mas agora havia chegado ao conhecimento de Bernard Burke, um amigo de Penzias, que sabia das medições de ruídos-rádio que este estava realizando, e num telefonema perguntou-lhe como iam as medições; Penzias respondeu que iam bem, mas que havia um ruído na faixa dos 7,35 cm que não pudera identificar nem eliminar.

Não tardou compreenderem que se tratava mesmo de uma radiação residual do Big-Bang, que ficou conhecida como radiação de fundo.

A teoria diz que o universo poderá continuar expandindo-se indefinidamente ou, depois de um longo período de tempo, começar a contrair-se até que toda a matéria, bem como o espaço e o tempo, retroceda ao estado primitivo de uma singularidade — o que depende da quantidade de matéria existente no universo.

Diversas investigações vêm sendo feitas para determinar essa quantidade de matéria, tendo sido desenvolvidos os conceitos de matéria escura e energia escura, já que segundo as observações a matéria conhecida responde apenas por 4% do total estimado. O leitor poderá encontrar informações bastante completas sobre o assunto, dentre outras obras, em Greene, B. [2001] e [2005]. Sugereiros também Sing, S. [2006], e, para um entendimento mais técnico, ainda que dentro das características das obras de divulgação científica, ver Silk, J. [©1980]

xli A figura da página anterior é um dos primeiros gráficos de Edwin Hubble mostrando a co-relação distância-desvio para o vermelho, datado de 1929, com 33 estrelas:

Não parece muito convincente a “linha reta” traçada nesta distribuição de estrelas; no entanto, com o aperfeiçoamento das técnicas de medição de distâncias, tais gráficos tornaram-se cada vez mais precisos e a co-relação entre velocidade de recessão e distância foi demonstrada.

xlili Um maser de hidrogênio, também conhecido como padrão de frequência de hidrogênio, é um tipo específico de maser que usa as propriedades intrínsecas do átomo de hidrogênio para servir como uma referência de frequência de precisão, adequado para o experimento em tela devido ao sinal extremamente preciso que produz, de 1,42 bilhão de ciclos por segundo. (Wikipedia)

xliv **Título original:** A Massive Pulsar in a Compact Relativistic Binary

Onde foi divulgada: o periódico Science

Quem fez: John Antoniadis, Paulo C. C. Freire, Norbert Wex, Thomas M. Tauris, Ryan S. Lynch e Marten H. van Kerkwijk

Instituição: Instituto Max Planck de Radioastronomia, na Alemanha

Dados de amostragem: Dados sobre um sistema binário formado por uma estrela de nêutrons e uma anã branca

Resultado: Ao analisar os dados, os pesquisadores conseguiram mostrar que as estrelas se comportavam do mesmo modo previsto pela relatividade geral.

xliv Apesar de tudo, Weber (19 mai 1919 - 30 set 2000) foi um cientista importante, como se pode ver em Ferreira, P. [2014], e, principalmente em Levin, J. [2016], onde sua pesquisa é descrita em detalhes. Doutorou-se em 1951 na Universidade Católica da América com uma tese intitulada *Técnica de Micro-ondas em Cinética Química*. Tendo sido um dos precursores das idéias que conduziram à criação do laser e do maser, foi indicado em 1962-63 para o Nobel de Física juntamente com Charles Hard Townes, Nicolay Basov e Aleksandr Prokhorov. Somente estes, porém, receberam o prêmio no ano seguinte.

xlv Sobre a questão do ganho de massa do elétron em decorrência da velocidade, diz Lorentz (1902, cf. Peduzzi, L. [2011]): “(...) *um campo magnético no éter circunvizinho — e também portanto uma certa quantidade de energia nesse meio — encontra-se intrinsecamente ligado ao movimento do elétron; portanto, nunca podemos colocar um elétron em movimento sem simultaneamente conceder energia ao éter. (...) Os cálculos mostram que a força necessária [para realizar trabalho sobre o elétron] é igual à que seria empregada se a massa fosse maior do que na realidade é. Em outras palavras, se determinarmos a massa da forma usual, a partir dos fenômenos, obtemos a massa verdadeira aumentada por uma quantidade que podemos denominar de massa eletromagnética, ou aparente. As duas, em conjunto, constituem a massa efetiva, que determina os fenômenos*”, explicando ainda que a massa aparente não é constante, mas depende da velocidade do elétron.

xlvi Kevin Brown, em suas próprias palavras, destaca: “*Às vezes, isso é citado como evidência de que Poincaré ainda não conseguira entender a situação, mas há um sentido em que ele estava realmente correto. Os dois famosos princípios do artigo de Einstein de 1905 não são suficientes para identificar exclusivamente as coordenadas inerciais, como o próprio Einstein reconheceu mais tarde. É preciso também estipular, no mínimo, a homogeneidade, a memorylessness e a isotropia do espaço. Destes, os dois primeiros são bastante inócuos, e é possível desculpar-se não tê-los mencionando explicitamente, mas não a suposição de isotropia, que serve precisamente para destacar a convenção de simultaneidade inercial de todas as outras convenções — igualmente viáveis. (Veja a Seção 4. 5). Este também é precisamente o aspecto fixado pelo postulado de Poincaré de contração em função da velocidade.*” [op. cit.]

xlvi Conforme A. Polito [2016] temos, textualmente:

“*Como defensor da hipótese atomística, Hendrik Lorentz estava preparado para elevar a teoria de Maxwell a um novo patamar. Ele levou seriamente em conta as perspectivas microscópicas de Weber e Helmholtz, assumiu a hipótese do éter estacionário de Fresnel, mas acrescentou a hipótese da total independência entre éter e matéria ordinária, de modo que o éter não podia ser arrastado de forma alguma. Lorentz construiu toda a sua eletrodinâmica em torno da concepção weberiana de ‘partículas de eletricidade’: os elétrons. A idéia essencial da teoria de Lorentz era estender a explicação dos fenômenos eletromagnéticos para a escala microscópica, de modo que a eletrodinâmica em escala macroscópica fosse reobtida por meio de valores médios. Com isso, Lorentz solucionou o problema da eletrodinâmica dos corpos em movimento e, pela primeira vez, obteve matematicamente os coeficientes numéricos equivalentes ao arraste da teoria de Fresnel. Para realizar essa façanha, Lorentz — ainda não completamente consciente da simetria espaço-temporal implícita nas equações de Maxwell — empregou um procedimento puramente técnico, que consistia de duas partes. Primeiramente, uma transformação galileana para descrever as equações de campo no referencial em movimento inercial. Isso mudava a forma dessas equações. Em segundo lugar, impor outra transformação nas coordenadas de espaço e de tempo do referencial em movimento, para fazer com que as equações de campo retornassem à sua forma original. Isso implicava que as soluções para as equações de campo que valessem no referencial estacionário deveriam valer também para o referencial em movimento. As novas variáveis espaço-temporais foram interpretadas como um mero expediente, o que significa que nenhuma reinterpretação das categorias de espaço e de tempo estava envolvida. Foi Poincaré quem primeiro notou que o procedimento de Lorentz revelava a invariância das equações de Maxwell por um certo grupo de transformações — o grupo de*

Lorentz: Quando Lorentz aplicou essas idéias para tratar a eletrostática de corpos em movimento, ele descobriu que a hipótese de contração física de Fitzgerald podia ser facilmente explicada se as forças moleculares se comportassem exatamente como forças eletrostáticas. Isso permitiu explicar os resultados dos experimentos de Michelson e Morley. Todos os fenômenos eletromagnéticos até então conhecidos estavam, finalmente, elucidados. Porém, um último reparo precisou ser realizado.

“Poincaré notou que a teoria original de Lorentz ainda tinha uma deficiência: ela violava o princípio de relatividade. Lorentz e Poincaré conseguiram corrigir essas deficiências e, finalmente, sua eletrodinâmica passou a ser uma teoria completamente relativística. Poincaré não acreditava que fosse realmente possível detectar o movimento da Terra com relação ao éter. Isso o convenceu de que a relatividade do movimento deveria ser elevada à categoria de princípio. Na sua forma mais geral, o princípio foi enunciado, pela primeira vez, em 1904, no trabalho O Estado Atual e o Futuro da Física Matemática: ‘[...] o princípio de relatividade, de acordo com o qual as leis dos fenômenos físicos devem ser as mesmas, seja para um observador fixo, ou para um observador em movimento de translação uniforme; tal que nós não temos, e nem poderíamos ter, quaisquer meios de descobrir se estamos ou não estamos em tal tipo de movimento’. Porém, embora Poincaré, diferentemente de Lorentz, tivesse adotado uma atitude crítica e reservada com relação à hipótese do éter estacionário, nenhum dos dois conseguiu dar o último passo, que coube, finalmente, ao jovem Einstein. Esse passo consistiu na rejeição completa da noção de éter.”

Note que o autor menciona no segundo parágrafo que a eletrodinâmica de Lorentz e Poincaré “passou a ser uma teoria completamente relativística”, do que discordamos em parte, relembrando que, segundo a lição de Santos, J. C. [op. cit.], “nem Lorentz nem Larmor propuseram uma teoria relativística”.

xlvi

Buscas por uma teoria da gravitação

Neste apêndice tínhamos como propósito comentar — e contestar — afirmações historicamente incorretas feitas por alguns acerca da verdadeira autoria da relatividade especial. Aachamos conveniente acrescentar, com a mesma finalidade, algumas considerações acerca das buscas por uma teoria da gravitação empreendidas por outros físicos no começo do século XX. Estas notas se baseiam principalmente em Villani, A [1985].

No ano de 1900 Lorentz desenvolveu a idéia de ondas gravitacionais carregadas pelo éter, constituindo-se na primeira abordagem eletromagnética da gravitação. A descrição de Lorentz implicava entre outras coisas em ondas gravitacionais que se deslocavam com velocidade próxima de c , porém o valor obtido para a precessão do periélio de Mercúrio não se ajustava às observações. Willihelm Wien tentou melhorar o modelo com melhores resultados “e a idéia inovadora de uma relação entre aceleração (e inércia) e gravitação”; persistia, porém, em prever incorretamente a anomalia do planeta Mercúrio e acabou abandonado em 1912.

Em 1906, Poincaré fez sua contribuição com um enfoque matemático que serviu como base para a formulação geométrica de Minkowski; contudo, o modelo de Poincaré tampouco fazia previsões corretas.

Em 1908, Ritz tratou a gravitação como subproduto de uma teoria eletromagnética de sua autoria, e obteve uma previsão do periélio de Mercúrio bastante próxima das observações, mas não teve sucesso na descrição para Vênus e para a Terra, que divergia dos dados experimentais.

Cientistas como Gustav Mie, Max Abraham e Gunnar Nordström, entre 1911 e 1915, tentaram desenvolver, cada qual, sua teoria da gravitação. Nordström tentou construir sua versão da gravitação tomando como ponto de partida a matemática e a eletrodinâmica de Minkowski, mas em seu desenvolvimento obteve uma quebra do princípio da equivalência, sendo por isso criticado por Einstein. Nordström conseguiu melhorar a teoria, obtendo alguns bons resultados, porém a previsão sobre a precessão do periélio de Mercúrio era inversa em sinal! A teoria tinha aspectos positivos, e em 1914 foi retomada por Einstein e Fokker e reformulada com a utilização da geometria diferencial. O próprio Nordström, devido aos seus insucessos, abandonou algumas das idéias contidas na teoria e retomou o modelo anterior de Mie, porém em 1916 reconheceu “que a formulação covariante de Einstein da relatividade geral era a solução mais adequada ao problema da gravitação”.

É fato que “antes de 1912 nenhuma tentativa para construir uma teoria de campo da gravitação tinha conduzido a algum lugar. Em finais de 1913 a situação era confusa. A teoria de Nordström era a única teoria consistente (...). Não existe evidência de que alguém partilhasse dos pontos de vista de Einstein sobre as limitações impostas pela gravitação à relatividade restrita; tampouco de que alguém estivesse pronto para seguir seu programa em busca de uma teoria tensorial da gravitação”. (Pais, A. [1982])

É de salientar-se neste ponto que todos esses físicos, por sinal cientistas de grande envergadura, mesmo já se valendo de um instrumental matemático sobre o qual Einstein só viria a debruçar-se após 1912, não obtiveram sucesso em formular uma teoria da gravitação! Einstein o fez. Talvez aí possamos identificar a crucial diferença entre o talento e o gênio.

Uma outra afirmativa questionável feita por alguns historiadores nos diz que a relatividade geral é incorreta por ser incompatível com o princípio da conservação da energia e também com a teoria quântica (sic).

A afirmação acerca da conservação da energia se fundamenta no fato de que Hilbert teria supostamente percebido um erro de Einstein e sugeriu à matemática Emmy Noether que estudasse o problema, tendo ela provado que não seria possível preservar a lei da conservação da energia na relatividade geral. Tal afirmação, contudo, carece de fundamento, conforme Michael Weiss e John Baez: “A energia é conservada na relatividade geral? Em casos especiais, sim. Em geral, depende do que você quer dizer com ‘energia’ e do que você quer dizer com ‘conservado’”. (q. v. Weiss, M; Baez, J. [2017]) A leitura desse artigo, abstraindo a parte matemática, que é técnica e muito complexa (o resto do artigo não chega a ser de difícil entendimento), é especialmente recomendada para que se estabeleça a verdade acerca dessa questão, haja vista o fato de que por tratar-se de assunto técnico de grande complexidade, não é de duvidar que um discurso falacioso seja feito com a intenção de confundir e distorcer a História.

Na verdade, no universo de Newton a energia é conservada, mas o mesmo não acontece no universo dinâmico de Einstein, no qual a conservação da energia é apenas um caso particular.

Já a referência à teoria quântica tampouco se sustenta: sabe-se que a relatividade geral não se coaduna com essa teoria nos domínios quânticos, como por exemplo na descrição dos instantes iniciais da formação do Universo (cf. a teoria do Big-Bang), mas não se poderia aplicar o mesmo argumento à teoria quântica, que estaria incorreta por entrar em conflito com a relatividade geral? A meu ver, sim. Além do mais, teorias científicas via de regra possuem um “domínio de validade”, extrapolado o qual requer-se uma ampliação na descrição teórica de forma a abranger novos fenômenos: isso aconteceu com a teoria da gravitação de Newton, que falha fora de seu domínio de validade mas que é corrigida pela relatividade geral; é de esperar que esta última — como ocorre em relação à teoria quântica — tenha encontrado aí seu limite de aplicação e requeira uma nova ampliação. A formulação de uma “teoria quântica da gravidade”, que em tese reuniria a relatividade geral e a teoria quântica, constitui hoje a maior ambição dos cientistas de todo o mundo que investigam essa área da física, mas não há qualquer garantia de que tal teoria venha a ser descoberta, ou que ela exista mesmo em potencial, e portanto que seja possível unificá-las numa descrição única e coerente.

Uma tentativa mais recente de formular uma teoria da gravitação alternativa à relatividade geral foi feita por Robert Dicke e seu aluno Carl Brans em 1962, que ficou conhecida como Teoria Brans-Dicke. A teoria considerava a constante gravitacional G como variável com o tempo, possibilidade que não se coadunava com a relatividade geral. “Se a constante gravitacional deve variar, deve ser uma função do espaço e do tempo, por outras palavras, a cada ponto do espaço-tempo curvo da relatividade geral Dicke e Carl Brans (...) juntaram à matemática um campo escalar. O resultado foi o que eles denominaram uma ‘teoria escalar-tensorial da gravitação’, referindo-se o termo ‘tensor’ à variável matemática associada ao espaço-tempo curvo chamada ‘tensor-métrico’. Matematicamente a teoria era muito semelhante à relatividade geral, com algumas equações modificadas pela presença do campo escalar.” (Will, C. [1986])

A teoria, contudo, contava com uma constante ajustável, ω , cujo valor determinava o domínio da curvatura do espaço-tempo em relação ao campo escalar. Para valores elevados de ω (500 ou mais) a teoria Brans-Dicke não se diferenciava da relatividade geral, mas para valores pequenos suas previsões não concordavam. A teoria despertou inicialmente pouco interesse da comunidade científica, apesar de incorporar o Princípio de Mach, e só ganhou impulso a partir de 1966 com os resultados relativos ao achatamento solar (Veja na Parte IV o capítulo “A Precessão do Periélio de Mercúrio”), em que o valor de ω seria de 7; mas à medida que as observações experimentais foram se tornando mais acuradas, exigindo valores mais elevados para ω , a balança pendeu para teoria de Einstein e a Teoria Brans-Dicke ficou relegada a um segundo plano, em que alguns teóricos a retomam movidos apenas por interesse em sua matemática.

xlix O físico Max Von Laue (1879-1960, agraciado com o Prêmio Nobel de Física em 1914 por sua descoberta da difração dos raios-X), derivou através da teoria de Einstein, em 1907, o coeficiente de arrasto de Fresnel. Esse resultado decorria naturalmente da fórmula da soma relativística de velocidades, o que deixou Von Laue surpreso pelo fato de que até então ninguém se houvesse dado conta de tal fato! Em pesquisas bibliográficas sobre o assunto, Von Laue verificou que, com efeito, essa lacuna existia na literatura científica da época.

Escreveu: “Segundo o princípio da relatividade, a luz seria completamente arrastada pelos corpos, mas, justamente por isso, sua velocidade relativa a um observador que não compartilha do movimento dos corpos não é exatamente a soma vetorial de sua velocidade em relação aos corpos e da velocidade dos corpos em relação ao observador. Desta maneira estamos desobrigados da necessidade de introduzir na ótica um ‘éter’ que permeia os corpos sem tomar parte em seu movimento”. (Laue, 1907 / Pimentel Jr. [2012]).



— Max Von Laue